

1

havo vwo

Wiskunde | FLEX-boek Deel 2 | vanaf 2022-2023

# getal & ruimte



Noordhoff

Dit boek is van jou!

Naam

Klas

\_\_\_\_\_

# Getal & Ruimte

Leerboek

1 havo/vwo deel 2

**Dertiende editie, 2022**

Noordhoff Groningen

## **Auteurs**

J. H. Dijkhuis  
G. de Jong  
H. J. Houwing  
J. D. Kuis  
F. ten Klooster  
S. K. A. de Waal  
J. van Braak  
J. H. M. Liesting-Maas  
M. Wieringa  
R. D. Hiele  
J. E. Romkes  
M. Haneveld  
S. Voets  
M. Vos  
J. M. M. van Haren  
B. W. van Laarhoven  
R. Meijerink  
E. Terlaak

# Voorwoord

*Aan de docent,*

## **Het deel 1hv2**

Het deel 1hv2 is bestemd voor de tweede helft van het eerste leerjaar havo/vwo. Het boek bereidt voor op zowel de 2 havo/vwo-delen als de 2 vwo-delen. Na een eerste kennismaking met allerlei wiskundige onderwerpen in het deel 1hv1 bieden de vier hoofdstukken in het tweede deel de nodige verdieping. Bij de keuze van de leerstof is uitgegaan van 4 lessen van 50 minuten per week.

## **De leerstof**

In hoofdstuk 6 *Formules en letters* en hoofdstuk 8 *Herleiden en machten* komen de benodigde algebraïsche vaardigheden aan de orde. In hoofdstuk 7 *Meten* en hoofdstuk 9 *Symmetrie en vlakke figuren* staat de meetkunde centraal. Nadat de leerlingen in het begin van hoofdstuk 6 hebben leren rekenen met kwadraten, komen de kwadratische formules aan bod. Hiermee krijgen de (woord)formules, die in het deel 1hv1 zijn behandeld, een vervolg. Bij de kwadratische formules komen de leerlingen echter voor het eerst formules zonder context tegen, waarin veelal de letters  $x$  en  $y$  worden gebruikt. Zoals gebruikelijk wordt bij dit onderwerp ook aandacht besteed aan het tekenen van parabolen. In de laatste twee paragrafen van hoofdstuk 6 wordt met het herleiden van sommen en producten een begin gemaakt met letterrekenen. Dit krijgt een vervolg in hoofdstuk 8, waarin ook het wegwerken van haakjes en het werken met machten aan de orde komt. Daarmee wordt een stevige basis van algebraïsche vaardigheden gelegd. Ook wordt in hoofdstuk 8 de wetenschappelijke notatie behandeld.

In hoofdstuk 7 komen de begrippen lengte, oppervlakte en inhoud aan bod. Hierbij wordt uitgebreid aandacht besteed aan het omrekenen van eenheden. Verder worden de formules voor de omtrek en de oppervlakte van een cirkel behandeld. Bij al deze onderwerpen komen berekeningen in praktische situaties aan de orde, waarbij ook de begrippen schaal en aanzicht een rol spelen.

In hoofdstuk 9 worden verschillende soorten symmetrie behandeld, waarbij er tevens aandacht is voor bijzondere driehoeken en vierhoeken. Verder krijgt het onderwerp *hoekberekeningen* uit hoofdstuk 5 een vervolg bij berekeningen in figuren met bijzondere driehoeken en vierhoeken. Het hoofdstuk sluit af met Z-hoeken en F-hoeken.

De basisstof van elk hoofdstuk wordt afgesloten met de Gemengde opgaven. Het maken van deze opgaven is een goede voorbereiding op het proefwerk. De Diagnostische toets, die na de Samenvatting staat, toetst de basiskennis en -vaardigheden per paragraaf. Heeft een leerling moeite met een opgave van de Diagnostische toets, dan kan hij de bijbehorende opgave(n) van de Herhaling maken. Bij deze opgaven wordt hulp geboden.

## **Leerdoelen en formatief evalueren**

In elke paragraaf zijn leerdoelen geformuleerd. Bij elk leerdoel hoort een leerdoelcheck. De leerling controleert of hij het leerdoel beheerst door na te gaan of hij de theorie begrijpt en de opgaven goed heeft gemaakt. Is dat niet het geval of twijfelt de leerling, dan kan hij de bijbehorende theorie nog eens goed bestuderen en daarna de leerdoelcheckopgave maken.

Leerdoelen betreffen het basisniveau van een hoofdstuk, niet het beoogde eindniveau. Met de leerdoelen en leerdoelcheck wordt een vorm van formatief evalueren aangeboden. Ook bij de Diagnostische toets in combinatie met de Herhaling is sprake van formatief evalueren.

## **Differentiatie, uitdaging en vaardigheden**

In de 1hv-delen zijn voorzieningen aangebracht om de individuele leerling zoveel mogelijk op zijn eigen niveau te bedienen. Zo wordt er in deze editie gewerkt met drie leerroutes: de basisroute, de middenroute en de uitdagende route. De basisroute biedt de leerling voldoende oefening om zich alle kennis en vaardigheden eigen te maken die in het hoofdstuk behandeld worden. In de middenroute worden enkele gewone opgaven overgeslagen. In plaats hiervan maakt de leerling opgaven die dieper op de stof ingaan. De uitdagende route is voor de leerlingen die zich de basisstof snel eigen maken. Deze leerlingen maken nog minder gewone opgaven. Hierdoor komt er tijd vrij om aan uitdagende opgaven, zoals bijvoorbeeld de extra opgaven, te werken.

Elk hoofdstuk eindigt met een Onderzoek. Hierin gaan de leerlingen op een onderzoekende en uitdagende wijze aan de slag met een onderwerp dat aan het hoofdstuk gerelateerd is.

In de digitale omgeving van Getal & Ruimte zijn de Wiskundige vaardigheden opgenomen, opgesplitst in modules. De modules kunnen online gemaakt worden, maar zijn ook afzonderlijk te downloaden. Door de Wiskundige vaardigheden te maken, worden rekenvaardigheden en algebraïsche vaardigheden herhaald en verder ingeslepen. Achter in het leerboek staan de Algemene vaardigheden. In de Algemene vaardigheden staat het systematisch oplossen van problemen centraal.

## **Getal & Ruimte Online**

Via een licentie krijgt een leerling toegang tot de digitale omgeving van Getal & Ruimte. Hierin wordt regelmatig theorie ondersteund met een instructievideo. Tevens kunnen de meeste opgaven digitaal gemaakt en nagekeken worden. Van elke leerling wordt de voortgang bijgehouden en voor de docent zichtbaar gemaakt in een dashboard. Verder wordt bij elk hoofdstuk een studiewijzer en een digitaal oefenproefwerk aangeboden. Ook is er per leerjaar een project beschikbaar. Daarnaast krijgen docenten, via de docentenlicentie, bij elk hoofdstuk de beschikking over de handleiding, een kant-en-klaar proefwerk, en een bundel proefwerkopgaven waarmee zelf een proefwerk samengesteld kan worden.

Opmerkingen van gebruikers stellen wij zeer op prijs.

*Voorjaar 2022*

# Legenda



## 1 Voorkennis

Opgaven over onderwerpen die eerder zijn behandeld.

## O2 Oriënterende opgave

   Theorieblokken worden voorafgegaan door oriënterende opgaven.




## 3 Gewone opgave

   Na de theorie ga je oefenen met de gewone opgaven.



## R4 Reflectie-opgave

   In een reflectie-opgave kijk je nog eens terug op een voorgaand probleem.

## A5 Afsluitende opgave

   Aan deze opgaven zie je welk eindniveau verwacht wordt.

## E6 Extra opgave

   Opgaven waarmee je extra wordt uitgedaagd.

## 7 Diagnostische toets

7,8 Met de Diagnostische toets wordt gecontroleerd of je de basisstof beheerst. Per opgave wordt verwezen naar een of meer opgaven uit de Herhaling.

## Route-aanduiding

### 1 Basisroute



### 2 Middenroute



### 3 Uitdagende route



NB: De symbolen van de route-aanduiding kunnen in combinaties voorkomen. Er zijn ook opgaven zonder route-aanduiding.


## Leerdoelcheck

Je controleert of je het leerdoel beheerst door na te gaan of je de bijbehorende theorie begrijpt en de opgaven goed hebt gemaakt.

## Leerdoelcheckopgave

Deze opgave maak je als je een leerdoel nog niet beheerst, nadat je eerst de theorie opnieuw hebt bestudeerd.

 **WERKBLAD** Verwijzing naar een werkblad achter in dit boek.

 Met dit symbool wordt aangegeven dat je een rekenmachine mag gebruiken.

# Inhoud

Werken met het flexboek	6	<b>8 Herleiden en machten</b>	98
<b>6 Formules en letters</b>	8	<b>Voorkennis</b> Rekenen	
<b>Voorkennis</b> Rekenen	10	met letters	100
6.1 Kwadraten	11	8.1 Herleiden	101
6.2 Kwadratische formules	16	8.2 Haakjes wegwerken	103
6.3 Grafieken	22	8.3 Machten	109
6.4 Rekenen met letters	28	8.4 De wetenschappelijke notatie	114
6.5 Herleiden	33	8.5 Machten en letters	119
Gemengde opgaven	38	Gemengde opgaven	124
Samenvatting	40	Samenvatting	126
Diagnostische toets	42	Diagnostische toets	128
Herhaling	44	Herhaling	130
<b>Onderzoek</b> Sommen en kwadraten	48	<b>Onderzoek</b> Het binaire stelsel	133
<b>7 Meten</b>	52	<b>9 Symmetrie en vlakke figuren</b>	136
<b>Voorkennis</b> Eenheden	54	<b>Voorkennis</b> Loodlijnen	138
7.1 Lengte	55	9.1 Lijnsymmetrie	139
7.2 Oppervlakte	60	9.2 Draaisymmetrie	145
7.3 De cirkel	69	9.3 Bijzondere driehoeken	152
7.4 Inhoud	75	9.4 Bijzondere vierhoeken	160
7.5 Aanzichten	80	9.5 Z-hoeken en F-hoeken	164
Gemengde opgaven	84	Gemengde opgaven	172
Samenvatting	86	Samenvatting	174
Diagnostische toets	88	Diagnostische toets	176
Herhaling	90	Herhaling	178
<b>Onderzoek</b> Fietsen	95	<b>Onderzoek</b> Spiegelen in de ruimte	182
		<b>Algemene vaardigheden</b>	188
		<b>Werkbladen</b>	192
		<b>Trefwoordenregister</b>	194
		<b>Verantwoording</b>	195

# Werken met het flexboek

## Het Flexboek

Dit boek is van jou. Je mag in dit boek schrijven, tekenen, knippen en plakken.

Bij sommige opgaven geef je het antwoord in je boek. Op deze en de volgende bladzijde zie je hier voorbeelden van. Zo zie je dat je tekeningen mag afmaken en woorden of getallen mag invullen. Niet alle opgaven maak je in je boek. Meestal gebruik je je schrift.

*A4-formaat met cm-rooster. Kopen!*

Soms staat een figuur achter in je boek. Dat is bij de opgave aangegeven met **[WERKBLAD]**. De werkbladen kun je gebruiken om in te tekenen of te knippen.

Je kunt je boek ook gebruiken om aantekeningen in te maken. In het voorbeeld hieronder zie je hoe je dit kunt doen.

### Voorbeeld

Bereken.

a  $\frac{3}{10} + \frac{7}{12}$

b  $8 - 1\frac{3}{4}$

*eerst gelijknamig maken*

*Uitwerking*

a  $\frac{3}{10} + \frac{7}{12} = \frac{18}{60} + \frac{35}{60} = \frac{53}{60}$

b  $8 - 1\frac{3}{4} = 6\frac{1}{4}$

*want  $8 - 1 = 7$ , en  $7 - \frac{3}{4} = 6\frac{1}{4}$*

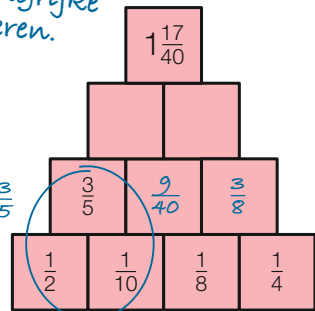
*$10 \times 6 = 60$  en  $12 \times 5 = 60$*

- 1 Hiernaast staat een getallenpiramide. **Elk getal is de som van de twee getallen die eronder staan.**

Vul de piramide verder in.

*Je mag belangrijke tekst markeren.*

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$



- 2 Vier glazenwassers doen twintig uur over het wassen van de ramen van een kantoorgebouw.

a Hoeveel uur doen acht glazenwassers erover?

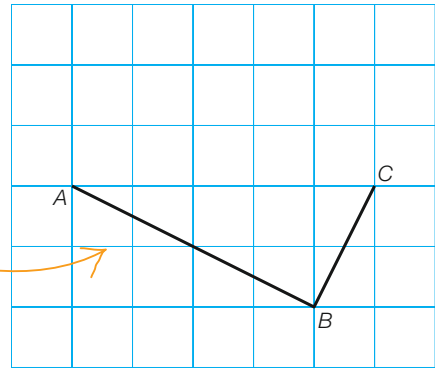
b **Vul kort of lang in.**

Als je vier keer zoveel glazenwassers hebt, dan duurt het wassen van de ramen vier keer zo kort...

*Je mag invulopdrachten in je boek maken.*

- 3 Hiernaast is een deel van rechthoek  $ABCD$  getekend.  
Maak de rechthoek af. Zet de letter  $D$  bij het ontbrekende hoekpunt.

Ook in figuren mag je tekenen.  
Lukt het je om deze rechthoek af te maken?



$$0,5a = 0,5 \times a$$

- 4 Yesser heeft een mobiel abonnement afgesloten van 5 GB per maand. Voor een uur internetten verbruikt Yesser 0,5 GB. De hoeveelheid data in GB die Yesser na  $a$  uur internetten nog over heeft, kun je berekenen met de formule **data** =  $5 - 0,5a$ .

a Vul de tabel verder in.

$a$	0	2	4	6	8	10
data	5	4	3	2	1	0

b Waarom gaat de tabel niet verder dan  $a = 10$ ?

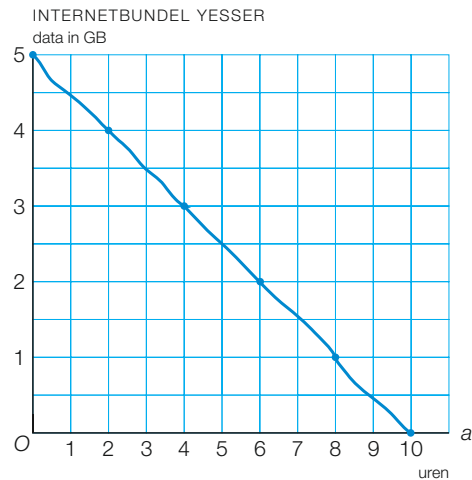
c Vul in.

Uit de tabel volgen de punten

$(0, 5)$ ,  $(2, 4)$ ,  $(4, 3)$ ,  $(6, 2)$ ,

$(8, 1)$  en  $(10, 0)$ .

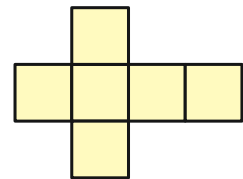
d Teken in de figuur de punten die uit de tabel volgen, en teken door deze punten de grafiek bij de formule.



- 5 Hiernaast is een bouwplaat van een kubus getekend. Zo'n bouwplaat zonder plakrandjes heet een uitslag. De uitslag staat ook op **WERKBLAD 1.1** achter in dit boek. De vierkanten zijn daar 4 bij 4 cm.

a Knip de uitslag uit en vouw er een kubus van.

b Smeer een van de vierkanten in met lijm en plak de uitslag in je schrift.



Tot hier is huiswerk voor de volgende les!



A large suspension bridge, likely the Akashi-Kaikyo Bridge, is shown at sunset. The bridge's steel structure and cables are silhouetted against a bright orange and yellow sky. The sun is low on the horizon, reflecting on the water below. A blue hexagonal text box is overlaid on the right side of the image.

# 6

## Formules en letters

De langste hangbrug ter wereld is de Akashi-Kaikyobrug in Japan. De brug is bijna vier kilometer lang en de hoogte van de pijlers is ruim 280 meter. Boven in elke pijler zit een dempingsmechanisme dat bewegingen door harde wind en aardbevingen tegengaat. De brug kan windsnelheden aan tot 290 km per uur, en aardbevingen weerstaan tot 8,5 op de schaal van Richter.

De bekabeling van een hangbrug heeft vaak de vorm van een parabool. Hierbij spelen kwadratische formules een rol.

# Voorkennis Rekenen

## Theorie A De rekenvolgorde

Gebruik bij berekeningen de rekenvolgorde.

### Werkschema: de rekenvolgorde

- 1 Werk binnen de haakjes.
- 2 Vermenigvuldigen en delen van links naar rechts.
- 3 Optellen en aftrekken van links naar rechts.

### Voorbeeld

Bereken.

**a**  $(3 + 7) : 5 \cdot 2 - 5 \cdot 4$

**b**  $-2 \cdot -6 + 12 : -4 - -20$

*Uitwerking*

**a**  $(3 + 7) : 5 \cdot 2 - 5 \cdot 4 =$

$10 : 5 \cdot 2 - 5 \cdot 4 =$

$2 \cdot 2 - 20 =$

$4 - 20 = -16$

**b**  $-2 \cdot -6 + 12 : -4 - -20 =$

$12 + -3 - -20 =$

$12 - 3 + 20 = 29$



Schrijf de  
tussenstappen op.

### 1 Bereken.

**a**  $(4 + 5) : 3 - 5$

**b**  $20 : 5 - 4 \cdot 3$

**c**  $20 : (5 - 4) \cdot 3$

**d**  $(20 : 5 - 4) \cdot 3$

**e**  $10 + 8 \cdot 10 - 6$

**f**  $(10 + 8) \cdot 10 - 6$

**g**  $(10 + 8) \cdot (10 - 6)$

**h**  $36 : 4 - 3 + 8 \cdot 2$

**i**  $36 : (4 - 3) + 8 \cdot 2$

**j**  $36 : (4 - 3 + 8) \cdot 2$

### 2 Bereken.

**a**  $-4 \cdot 3 + -7 - -3$

**b**  $-4 \cdot -3 + (-7 - -3)$

**c**  $-4 \cdot (-3 + -7) - -3$

**d**  $28 : -2 + -5 \cdot -1$

**e**  $28 : (-2 + -5) \cdot -1$

**f**  $28 : (-2 + -5 \cdot 1)$

**g**  $60 : 10 + -2 + 4$

**h**  $60 : (10 + -2 + 4)$

**i**  $60 : (-10 + -2) + 4$

**j**  $60 : 10 \cdot (-2 + 4)$

### 3 Bereken.

**a**  $6 \cdot 6 - 1 \cdot -1$

**b**  $2 \cdot -2 + 5 \cdot 5$

**c**  $8 \cdot 8 - 3 \cdot -3$

**d**  $7 \cdot -7 + 3 \cdot 3$

**e**  $5 \cdot 5 - 4 \cdot 4$

**f**  $-6 \cdot -6 - 6 \cdot 6$

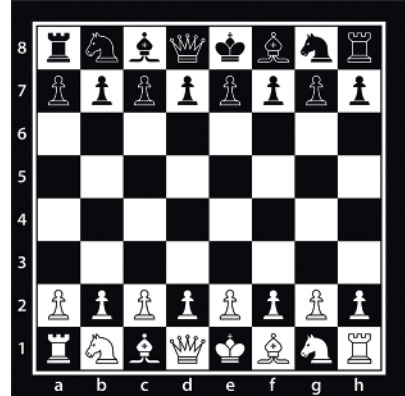
# 6.1 Kwadraten

## Leerdoelen

- Je kunt berekeningen maken met kwadraten.
- Je kunt berekeningen maken met wortels.



Hiernaast zie je een schaakbord. Een schaakbord is vierkant, en onderverdeeld in kleinere zwarte en witte vierkantjes die velden worden genoemd. Je kunt het aantal velden vinden door te tellen, maar het kan ook sneller. Welke berekening maak je dan?



figuur 6.1

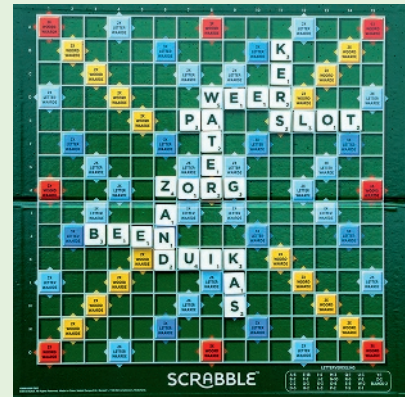
## Theorie A Het kwadraat van een getal

Hiernaast zie je het speelbord van Scrabble. Om snel te weten te komen uit hoeveel vakjes het vierkante bord bestaat, bereken je  $15 \cdot 15 = 225$ . We zeggen dat je het **kwadraat** van 15 hebt berekend. Het kwadraat van 15 noteren we als  $15^2$ . Dus  $15^2 = 225$ . Het kwadraat van 8 is  $8^2 = 8 \cdot 8 = 64$ . Spreek  $8^2$  uit als ‘acht kwadraat’.

**Het kwadraat van 7 is  $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$ .**

Bij berekeningen gaat **kwadrateren** voor vermenigvuldigen en delen. Dus  $6 \cdot 3^2 = 6 \cdot 9 = 54$  en  $17 - 5^2 = 17 - 25 = -8$ .

**Leerdoel** Je kunt berekeningen maken met kwadraten van positieve getallen.



figuur 6.2

## Voorbeeld

Bereken  $-17 + (3 + 5)^2 : 2$ .

*Uitwerking*

$$-17 + (3 + 5)^2 : 2 =$$

$$-17 + 8^2 : 2 =$$

$$-17 + 64 : 2 =$$

$$-17 + 32 = 15$$

### Rekenvolgorde

- 1 Werk binnen de haakjes.
- 2 Kwadrateren.
- 3 Vermenigvuldigen en delen van links naar rechts.
- 4 Optellen en aftrekken van links naar rechts.

**2** a Vul de tabel in.



getal	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	20	25
kwadraat																	

b Leer de kwadraten van de getallen in de tabel uit het hoofd.

**3** Bereken.



a  $5 \cdot 4^2$

b  $5^2 \cdot 4$

c  $5^2 - 4^2$

d  $8^2 - 3 \cdot 2^2$

e  $(8 - 3)^2 \cdot 5$

f  $6^2 : 9$

g  $1^2 + 2^2 - 5^2$

h  $8 : 4^2$

Maak de opgaven zonder rekenmachine.



**A4** Bereken.



a  $3 + 4^2 \cdot 3$

b  $(4 + 2)^2 : 3^2$

c  $3 - (5 - 2)^2 : 3$

d  $(17 + 3)^2 : 80 - 40$

e  $-6 - (12 : 4)^2 \cdot 3^2$

f  $(5 + 7)^2 - 18 : 3^2$

**E5** Bereken.



a  $(\frac{2}{3})^2$

b  $(1\frac{1}{4})^2$

c  $(\frac{1}{2})^2 + (\frac{3}{4})^2$

d  $2^2 - (1\frac{1}{3})^2$

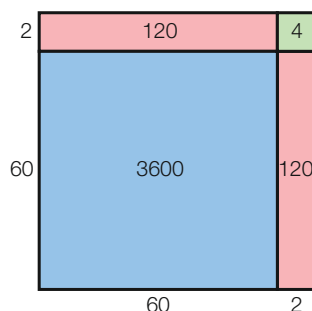
**E6** Je kunt met oppervlakten van vierkanten op een handige manier kwadraten berekenen. In de figuur hiernaast zie je  $62^2 = (60 + 2)^2 = 3600 + 2 \cdot 120 + 4 = 3844$ .

Bereken op dezelfde manier.

a  $63^2$

b  $38^2$

c  $(20\frac{4}{5})^2$



figuur 6.3

**Check** Ik kan berekeningen maken met kwadraten van positieve getallen.  
Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L1.

**L1** Bereken.

**a**  $6^2 - 3^2$

**b**  $8 \cdot 5^2$

**c**  $7^2 - 4 \cdot 3^2$

**O7** **a** Je weet dat  $6^2 = 36$ . Dus  $-6^2 = -36$ .

**Bereken op dezelfde manier  $-5^2$ ,  $-10^2$  en  $-1^2$ .**

**b** Bereken  $-8 \cdot 8$  en  $-8 \cdot -8$ .

Welk getal is het kwadraat van  $-8$ ?

## Theorie B Het kwadraat van een negatief getal

Twee getallen waarvan de som 0 is, heten elkaars **tegengestelde**.

Zo is  $-7$  het tegengestelde van  $7$ , want  $-7 + 7 = 0$ . Je krijgt het tegengestelde van  $7$  door er een minteken voor te zetten.

Bij kwadraten gaat het net zo. Het tegengestelde van  $7^2$  is  $-7^2$ . Omdat  $7^2 = 49$ , is  $-7^2 = -49$ . Je ziet dat je bij  $-7^2$  eerst het kwadraat van  $7$  berekent. Het minteken laat je gewoon staan.

Maar het kwadraat van  $-7$  is  $-7 \cdot -7 = 49$ . Voor het kwadraat van  $-7$  schrijf je  $(-7)^2$ . Je moet hierbij haakjes gebruiken.

$-7^2 = -(7 \cdot 7) = -49$ , dus de min gaat niet in het kwadraat.

$(-7)^2 = -7 \cdot -7 = 49$ , dus de min gaat wel in het kwadraat.

**Het kwadraat van  $-5$  is  $(-5)^2 = -5 \cdot -5 = 25$ .  
Maar  $-5^2 = -25$ .**

Dus  $(-10)^2 = 100$ , maar  $-10^2 = -100$   
en  $(-3)^2 = 9$ , maar  $-3^2 = -9$ .

**Leerdoel** Je kunt berekeningen maken met kwadraten van negatieve getallen.

### Voorbeeld

Bereken.

**a**  $-8^2 + (-7)^2$

**b**  $-(-6)^2 + 3 \cdot -5^2$

*Uitwerking*

**a**  $-8^2 + (-7)^2 =$   
 $-64 + 49 = -15$

**b**  $-(-6)^2 + 3 \cdot -5^2 =$   
 $-36 + 3 \cdot -25 =$   
 $-36 + -75 =$   
 $-36 - 75 = -111$

**8** Bereken.

<input type="checkbox"/> <input type="radio"/>	<b>a</b> $(-9)^2$	<b>c</b> $13^2$	<b>e</b> het kwadraat van $-15$
<input type="checkbox"/> <input type="radio"/>	<b>b</b> $-11^2$	<b>d</b> $-(-13)^2$	<b>f</b> het kwadraat van $-4$

**9** Bereken.

<input type="checkbox"/> <input type="radio"/>	<b>a</b> $-5 \cdot -8^2$	<b>c</b> $5 \cdot (-8)^2$	<b>e</b> $-(5 - 8)^2$
<input type="checkbox"/> <input type="radio"/>	<b>b</b> $5 - 8^2$	<b>d</b> $(5 \cdot -8)^2$	<b>f</b> $-5 - (-8)^2$

**10** Bereken.

<input type="checkbox"/> <input type="radio"/> *	<b>a</b> $6^2 + (-3)^2$	<b>c</b> $-3 \cdot (-5)^2$	<b>e</b> $18 - (-7)^2$
<input type="checkbox"/> <input type="radio"/> *	<b>b</b> $3 \cdot -5^2$	<b>d</b> $8^2 - 1^2$	<b>f</b> $18 : -3^2$

**A11** Bereken.

<input type="checkbox"/> <input type="radio"/> *	<b>a</b> $-5^2 + 8 \cdot 3^2$	<b>c</b> $-7^2 + 3 \cdot 4^2$	<b>e</b> $-(-8)^2 + 4 \cdot -3^2$
<input type="checkbox"/> <input type="radio"/> *	<b>b</b> $(-8)^2 : 4^2$	<b>d</b> $-(-4)^2 + 2 \cdot -3^2$	<b>f</b> $-15^2 - 4 \cdot -5^2$

**E12** Zet in  $2 \cdot -3^2 - 10 - 4^2$  twee haakjes zodat de uitkomst gelijk is aan

<input type="checkbox"/> *	<b>a</b> $-12$	<b>b</b> $10$	<b>c</b> $-50$
----------------------------	----------------	---------------	----------------

**Check** Ik kan berekeningen maken met kwadraten van negatieve getallen. Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en maak opgave L2.

**L2** Bereken.

<input type="checkbox"/> <input type="radio"/>	<b>a</b> $2 \cdot (-10)^2$	<b>b</b> $3 \cdot -2^2$	<b>c</b> $-(1 - 4)^2$
--	----------------------------	-------------------------	-----------------------

**O13** **a** Van welk positief getal is het kwadraat gelijk aan 16?  
  \* **b** Van welk positief getal is het kwadraat gelijk aan 81?

## Theorie C De wortel van een getal

In opgave 13 heb je gezocht naar een positief getal waarvan het kwadraat 81 is. Dat getal is de **wortel** van 81. Dus de wortel van 81 is 9. We noteren dit als  $\sqrt{81} = 9$ . Spreek  $\sqrt{81}$  uit als 'wortel 81'. En zo is  $\sqrt{64} = 8$ , want  $8^2 = 64$  en 8 is niet negatief.

De wortel van een getal is nooit negatief.



**De wortel van 25 is  $\sqrt{25} = 5$ .**

**Leerdoel** Je kunt berekeningen maken met wortels.

**14** Bereken.

<input type="checkbox"/> <input type="radio"/>	<b>a</b> $\sqrt{9}$	<b>c</b> $\sqrt{0}$	<b>e</b> $\sqrt{625}$
<input type="checkbox"/> <input type="radio"/>	<b>b</b> $\sqrt{36}$	<b>d</b> $\sqrt{121}$	<b>f</b> $\sqrt{10000}$

- 15** Bij berekeningen zoals  $8 + \sqrt{16}$  en  $3 \cdot \sqrt{25}$  reken je eerst de wortel uit.  
 Dus  $8 + \sqrt{16} = 8 + 4 = 12$  en  $3 \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 5 = 15$ .

Bereken.

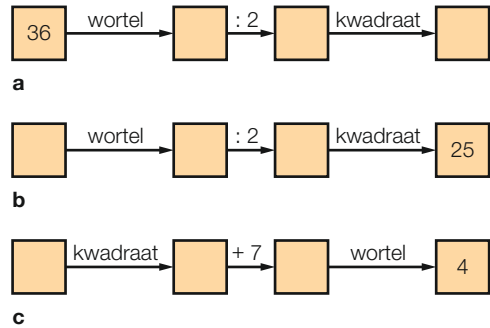
- a**  $\sqrt{9} - \sqrt{25}$                       **d**  $\sqrt{9} \cdot \sqrt{25}$   
**b**  $9 + \sqrt{25}$                          **e**  $2 \cdot \sqrt{9} + 3 \cdot \sqrt{25}$   
**c**  $9 \cdot \sqrt{25}$                          **f**  $(\sqrt{25})^2$

- A16** Bereken.  
 ☐ ⊗ \*

- a**  $\sqrt{16} - \sqrt{49}$                       **d**  $\sqrt{4} + \sqrt{1} + \sqrt{0}$   
**b**  $\sqrt{25} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{36}$                  **e**  $\sqrt{4} \cdot \sqrt{1} \cdot \sqrt{0}$   
**c**  $\sqrt{144} - 3 \cdot \sqrt{100}$                **f**  $3 \cdot \sqrt{625} - 2 \cdot \sqrt{900}$

- A17** Zie de rekenschema's hiernaast.  
 ☐ ⊗ \*

- a** Vul rekenschema a in.  
**b** Bij rekenschema b is de uitkomst 25.  
 Vul het schema in.  
**c** Vul rekenschema c in. Welke twee mogelijkheden zijn er?



figuur 6.4

- E18** Bereken.  
 \*

- a**  $\sqrt{\frac{1}{4}} + 10 \cdot \sqrt{\frac{1}{25}}$                       **b**  $6 \cdot \sqrt{\frac{4}{9}} - 5 \cdot \sqrt{\frac{81}{100}}$                       **c**  $\sqrt{6\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{1\frac{11}{25}}$

- E19** Hoeveel procent van de gehele getallen 1 tot en met 10000 is een kwadraat van een geheel getal?  
 \*

**Check** Ik kan berekeningen maken met wortels.  
 Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie C en opgave 15, en maak opgave L3.

- L3** Bereken.

- a**  $\sqrt{36} - \sqrt{4}$                               **b**  $9 + \sqrt{9}$                               **c**  $5 \cdot \sqrt{100}$

## 6.2 Kwadratische formules

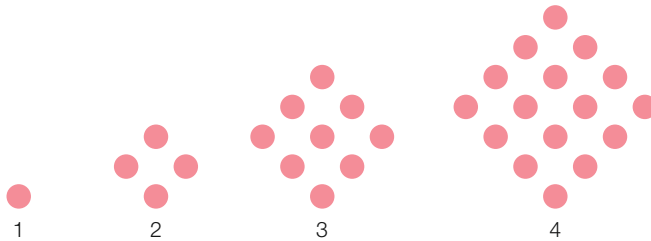
### Leerdoel

- Je kunt rekenen met kwadratische formules.

020



Hieronder zie je een rij figuren. De figuren zijn opgebouwd uit stippen.



figuur 6.5

a Vul de tabel in.

nummer figuur	1	2	3	4
aantal stippen				

Je kunt de rij figuren naar rechts voortzetten.

b Uit hoeveel stippen bestaat figuur 6? En figuur 10?

c Een van de figuren in de rij bestaat uit 144 stippen.  
Wat is het nummer van deze figuur?

d Vul in.

Het aantal stippen van figuur  $n$  kun je berekenen met de formule

aantal stippen = .....

### Theorie A Formules met kwadraten

Er zit een regelmaat in de rij figuren van opgave 20.

Voor de figuur met nummer 3 geldt: aantal stippen =  $3^2$ .

Voor de figuur met nummer 8 geldt: aantal stippen =  $8^2$ .

Voor de figuur met nummer  $n$  geldt: aantal stippen =  $n^2$ .

Dus bij de figuren hoort de formule: aantal stippen =  $n^2$ .

We maken deze formule nog iets korter.

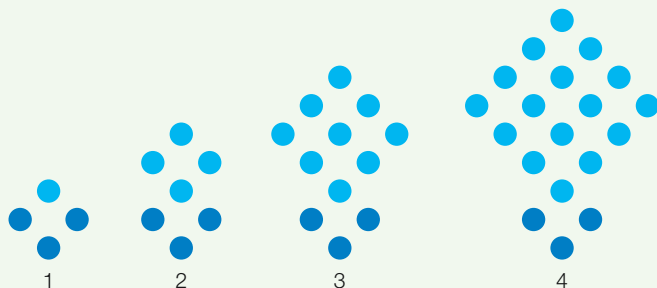
We vervangen *aantal stippen* door een letter, bijvoorbeeld de letter  $a$ .

Je krijgt dan de formule  $a = n^2$ .

### Voorbeeld

Zie figuur 6.6.

Het aantal stippen  $a$  van de figuur met nummer  $n$  is te berekenen met de formule  $a = n^2 + 3$ .



figuur 6.6

- a Bereken het aantal stippen van figuur 9.
- b Bereken het aantal stippen van figuur 15.

*Uitwerking*

- a  $n = 9$  geeft  $a = 9^2 + 3 = 81 + 3 = 84$
- b  $n = 15$  geeft  $a = 15^2 + 3 = 225 + 3 = 228$

**21** Zie het voorbeeld.

- a Bereken het aantal stippen van figuur 10.
- b Bereken het aantal stippen van figuur 25.
- c Een van de figuren in de rij bestaat uit 172 stippen.  
Welk nummer heeft deze figuur?

**22** Van een rij figuren is het aantal stippen  $a$  van de figuur met nummer  $n$  te berekenen met de formule  $a = n^2 + 8$ .

- \* a Bereken het aantal stippen van figuur 7.
- \* b Bereken het aantal stippen van figuur 13.
- \* c Een van de figuren in de rij bestaat uit 152 stippen.  
Welk nummer heeft deze figuur?

**23** De oppervlakte  $O$  in  $\text{m}^2$  van een vierkant met zijden van  $a$  meter kun je berekenen met de formule  $O = a^2$ .

- \* a Neem  $a = 25$  en bereken  $O$ .
- \* b Bereken in  $\text{m}^2$  de oppervlakte van een vierkant met zijden van 9 meter.
- \* c Van een vierkant is de oppervlakte  $10\,000 \text{ m}^2$ .  
Wat is de lengte van de zijde van dit vierkant?

024 Gegeven is de formule  $y = x^2$ .

Vayen vult voor  $x$  het getal  $-2$  in en krijgt  $y = 4$ .

Veronique neemt  $x = -2$  en krijgt  $y = -4$ .

Wie heeft er gelijk? Waarom?

## Theorie B Kwadratische formules met $x$ en $y$

Tot nu toe ben je formules bij verhaaltjes tegengekomen. Maar je kunt ook zonder verhaaltjes met formules werken. In de wiskunde worden dan vaak de letters  $x$  en  $y$  gebruikt.

Heb je te maken met de formule  $y = x^2 + 4$ , dan kun je voor  $x$  allerlei getallen invullen.

Vul je  $x = 5$  in, dan krijg je  $y = 5^2 + 4 = 25 + 4 = 29$ .

Vul je  $x = -5$  in, dan krijg je  $y = (-5)^2 + 4 = 25 + 4 = 29$ .

Het kwadraat van  $-5$  is  $(-5)^2$ , dus gebruik haakjes.

Ook bij de formule  $y = 4x^2$  kun je voor  $x$  allerlei getallen invullen.

Vul je  $x = -3$  in, dan krijg je  $y = 4 \cdot (-3)^2 = 4 \cdot 9 = 36$ .

Vul je  $x = 0$  in, dan krijg je  $y = 4 \cdot 0^2 = 4 \cdot 0 = 0$ .

Hieronder staan drie formules. Telkens is  $y$  berekend voor  $x = -5$ .

Formule	Bereken $y$ voor $x = -5$ .
$y = x^2 - 8$	$x = -5$ geeft $y = (-5)^2 - 8 = 25 - 8 = 17$
$y = -8x^2$	$x = -5$ geeft $y = -8 \cdot (-5)^2 = -8 \cdot 25 = -200$
$y = (x - 8)^2$	$x = -5$ geeft $y = (-5 - 8)^2 = (-13)^2 = 169$

Formules zoals  $y = x^2 - 8$ ,  $y = -3x^2$ ,  $y = (x - 7)^2$  en  $A = 2n^2$  zijn **kwadratische formules**.

**Leerdoel** Je kunt rekenen met kwadratische formules.

### Voorbeeld

**a** Gegeven is de formule  $y = -3x^2$ .

Bereken  $y$  voor  $x = -5$ .

**b** Gegeven is de formule  $y = (x - 9)^2$ .

Bereken  $y$  voor  $x = 2$ .

### Uitwerking

**a**  $x = -5$  geeft  $y = -3 \cdot (-5)^2 = -3 \cdot 25 = -75$

**b**  $x = 2$  geeft  $y = (2 - 9)^2 = (-7)^2 = 49$

- 25** **a** Zie voorbeeld a op de vorige bladzijde.  
Bereken  $y$  voor  $x = 2$  en voor  $x = -10$ .  
**b** Zie voorbeeld b op de vorige bladzijde.  
Bereken  $y$  voor  $x = 12$  en voor  $x = -3$ .

- 26** Gegeven is de formule  $y = 5x^2$ .  
Bereken  $y$  voor  
**a**  $x = 6$                       **b**  $x = -3$                       **c**  $x = 0$                       **d**  $x = -1$

- 27** Gegeven is de formule  $y = x^2 - 12$ .  
Bereken  $y$  voor  
**a**  $x = 4$                       **b**  $x = -6$                       **c**  $x = 1$                       **d**  $x = -10$

- 28** Gegeven is de formule  $y = (x - 5)^2$ .  
Bereken  $y$  voor  
**a**  $x = 3$                       **b**  $x = -4$                       **c**  $x = 0$                       **d**  $x = 8$

- 29** **a** Bereken  $y$  voor  $x = 5$  bij de formule  $y = x^2 + 7$ .  
**\*** **b** Bereken  $y$  voor  $x = -6$  bij de formule  $y = x^2 + 7$ .  
**c** Bereken  $y$  voor  $x = -3$  bij de formule  $y = -7x^2$ .  
**d** Bereken  $y$  voor  $x = 0$  bij de formule  $y = -7x^2$ .  
**e** Bereken  $y$  voor  $x = 8$  bij de formule  $y = (x - 7)^2$ .  
**f** Bereken  $y$  voor  $x = -8$  bij de formule  $y = (x - 7)^2$ .

- 30** Gegeven is de formule  $y = 2x^2$ .  
**a** Neem  $x = 8$  en bereken  $y$ .  
**b** Neem  $x = -4$  en bereken  $y$ .  
**c** Vul de tabel hiernaast in.  
**d** Esther vult een getal in voor  $x$ .  
Ze krijgt  $y = 72$ .  
Welke getallen kan Esther ingevuld hebben?

$x$	-3	-1	0	5	10
$y$					

- 31** Gegeven is de formule  $y = 3x^2 - 10$ .  
**a** Voor  $x = 5$  krijg je  $y = 3 \cdot 5^2 - 10$ .  
Bereken  $y$ .  
**b** Voor  $x = -3$  krijg je  $y = 3 \cdot (-3)^2 - 10$ .  
Bereken  $y$ .

- Gegeven is de formule  $y = -x^2 + 6$ .  
**c** Voor  $x = 8$  krijg je  $y = -8^2 + 6$ .  
Bereken  $y$ .  
**d** Voor  $x = -4$  krijg je  $y = -(-4)^2 + 6$ .  
Bereken  $y$ .



Bij  $y = -x^2$  bereken je eerst  $x^2$  en zet je daarna de min ervoor.  
Dus  $x = -3$  geeft  $y = -(-3)^2 = -9$ .

- 32** Gegeven is de formule  $y = 5x^2 - 7$ .  
 Bereken  $y$  voor  
**a**  $x = 3$                       **b**  $x = -4$                       **c**  $x = 1$

- 33** Gegeven is de formule  $A = -2n^2 + 8$ .  
 Bereken  $A$  voor  
**a**  $n = -5$                       **b**  $n = 7$                       **c**  $n = -1$

- 34** Gegeven is de formule  $y = -0,5 \cdot (3 - x)^2 - 7$ .  
 Bereken  $y$  voor  
**a**  $x = 5$                       **b**  $x = 0$                       **c**  $x = -3$

- A35** **a** Bereken  $y$  voor  $x = -4$  bij de formule  $y = 3x^2 - 12$ .  
**b** Bereken  $y$  voor  $x = 3$  bij de formule  $y = -5x^2 + 7$ .  
**c** Bereken  $y$  voor  $x = 5$  bij de formule  $y = (x - 7)^2 + 12$ .  
**d** Bereken  $y$  voor  $x = -6$  bij de formule  $y = -x^2 + 12$ .

**Check** Ik kan rekenen met kwadratische formules.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en opgave 31, en maak opgave L4.

- L4** Bereken  $y$  voor  $x = 5$  en voor  $x = -2$  bij de formule  
**a**  $y = x^2 + 3$                       **c**  $y = 3x^2$   
**b**  $y = (x - 3)^2$                       **d**  $y = -2x^2 - 1$

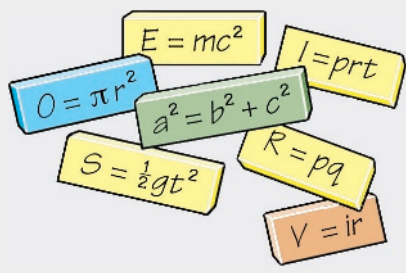
Je rekenmachine heeft een kwadraattoets, namelijk  $x^2$ .  
 Om  $6,3^2$  te berekenen, tik je in **6 . 3  $x^2$  =**.  
 Aflezen geeft  $6,3^2 = 39,69$ .



- 36** Gegeven is de formule  $B = 8,3a^2$ .  
**a** Neem  $a = 6,7$  en controleer dat  $B = 372,587$ .  
**b** Neem  $a = -3,7$  en controleer dat  $B = 113,627$ .  
**c** Bereken  $B$  voor  $a = 8,1$  en voor  $a = -15,6$ .  
**d** Marleen vult voor  $a$  een getal in. Ze krijgt  $B = 830$ .  
 Welke getallen kan ze voor  $a$  gekozen hebben?

### Informatief Formules

Met formules kun je op een korte en krachtige manier laten zien hoe je iets kunt berekenen. In plaats van de prijs van een taart bereken je door de diameter van de taart in cm te kwadrateren en de uitkomst hiervan met 0,02 te vermenigvuldigen krijg je bijvoorbeeld de formule  $P = 0,02d^2$ . En dat is veel overzichtelijker. In de komende jaren kom je op school nog veel formules tegen.



A37



Bakker Stolk verkoopt slagroomtaarten in allerlei maten.



De prijs  $P$  in euro's van een taart met een diameter van  $d$  cm is te berekenen met de formule  $P = 0,02d^2$ .

- Bereken de prijs van een taart met een diameter van 16 cm.
- Franka koopt een taart met een diameter van 2 dm.  
Ze betaalt met een briefje van 10 euro.  
Hoeveel geld krijgt ze terug?
- Volgens Martijn is een taart met een twee keer zo grote diameter twee keer zo duur.  
Heeft hij gelijk? Waarom?
- Bakker Stolk houdt een speciale actie:  
*Alle taarten voor de halve prijs.*  
Geef de formule van de prijs tijdens deze actie.

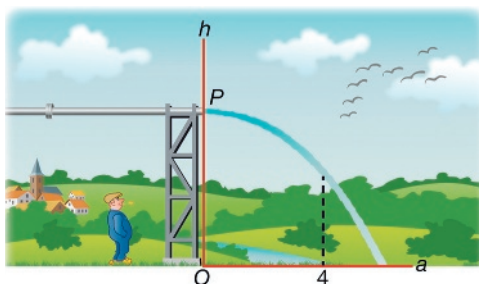
A38



Uit een pijpleiding stroomt een straal water. Zie de figuur hiernaast. De formule van de waterstraal is  $h = -0,1a^2 + 5$ . Hierin zijn  $a$  en  $h$  in meter.



- Op welke hoogte stroomt het water uit de pijp?
- Bereken de hoogte van de waterstraal op 4 meter afstand van pijler  $OP$ .
- Volgens Lois komt het water verder dan 7 meter van pijler  $OP$  op de grond. Heeft Lois gelijk? Waarom?



figuur 6.7

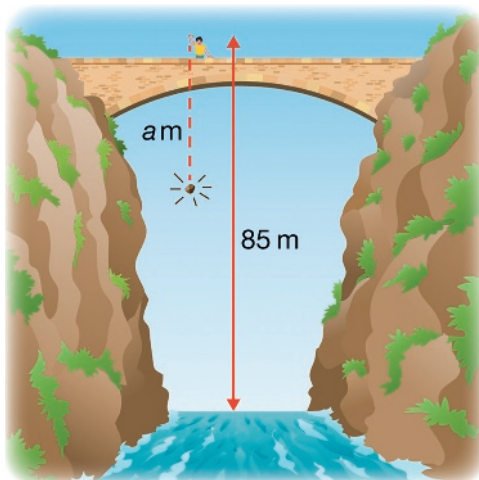
A39



Stefan staat op een brug over een diepe kloof. Vanaf een hoogte van 85 meter laat hij een steen naar beneden vallen. Na  $t$  seconden heeft de steen een afstand van  $a$  meter afgelegd. De afgelegde afstand kun je berekenen met de formule  $a = 5t^2$ .



- Hoeveel meter heeft de steen na 1,5 seconde afgelegd? Op welke hoogte bevindt de steen zich dan?
- Op welke hoogte is de steen na 3 seconden?
- Hoeveel meter is de steen in de derde seconde gevallen?
- Is de steen binnen 5 seconden in het water gevallen? Waarom?



figuur 6.8

## 6.3 Grafieken

### Leerdoelen

- Je kunt de grafiek van een kwadratische formule tekenen.
- Je kent het verschil tussen lineaire en kwadratische formules en de bijbehorende grafieken.

040 Gegeven is de formule  $y = x^2 - 7$ .

☐ ⊗ \* a Vul de tabel in.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

b Wat valt je op aan de getallen die je bij y hebt ingevuld?

c Voor  $x = 26$  is  $y = 669$ .

Er is nog een getal  $x$  waarbij je  $y = 669$  krijgt.

Welk getal is dat?

### Theorie A Parabolen

Bij de formule  $y = x^2 - 2$  kun je de volgende tabel maken.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	7	2	-1	-2	-1	2	7

steeds gelijk

Reken niet teveel uit.  
Bedenk dat  $x = 3$  en  $x = -3$   
hetzelfde kwadraat hebben.



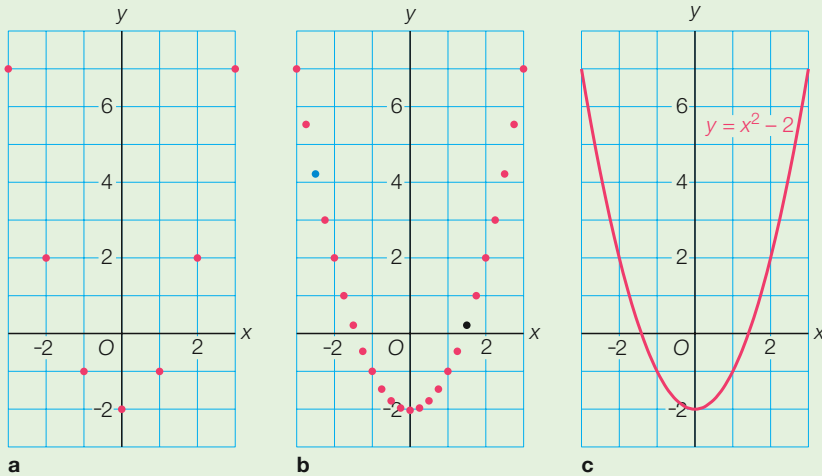
Bij de formule kun je een grafiek tekenen. Je gebruikt daarbij de punten  $(-3, 7)$ ,  $(-2, 2)$ , ...,  $(3, 7)$  die uit de tabel volgen. Zie figuur 6.9a op de volgende bladzijde. In figuur 6.9b zie je nog meer punten die op de grafiek liggen, bijvoorbeeld het zwarte punt  $(1\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$  en het blauwe punt  $(-2\frac{1}{2}, 4\frac{1}{4})$ .

De vorm van de grafiek is hier al goed te zien.

De grafiek van de formule  $y = x^2 - 2$  is de vloeiende kromme in figuur 6.9c. De grafiek is een **parabool**.

### Werkschema: de grafiek van een kwadratische formule tekenen

- 1 Maak een tabel met de coördinaten van zeven punten.
- 2 Teken de punten die uit de tabel volgen in een assenstelsel.
- 3 Teken door deze punten een vloeiende kromme. Zet de formule erbij.



**figuur 6.9** Door steeds meer punten te tekenen, ontstaat de grafiek van de formule.

**Leerdoel** Je kunt de grafiek van een kwadratische formule tekenen.

**41** Gegeven is de formule  $y = x^2 + 1$ .

**a** Vul de tabel in.

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$							

**b** Teken de punten die uit de tabel volgen.

**c** Teken de grafiek van  $y = x^2 + 1$ .

**42** Gegeven is de formule  $y = -x^2 + 3$ .

**a** Reken na: bij  $x = -3$  hoort  $y = -6$ .

**b** Maak een tabel bij de formule. Begin in de bovenste rij met  $x = -3$ .

**c** Teken de grafiek van  $y = -x^2 + 3$ .

**A43** Gegeven is de formule  $y = 0,5x^2 - 2$ .

**a** Maak een tabel bij de formule. Begin met  $x = -3$ .

**b** Teken de grafiek van  $y = 0,5x^2 - 2$ .

**E44** **a** Teken de grafiek van de formule  $y = (x - 2)^2 - 1$ .

**\*** **b** Wat zijn de coördinaten van het laagste punt van de parabool?

45

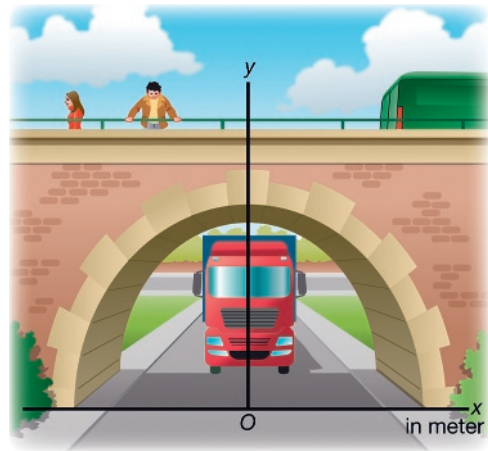
De hoogte  $y$  in meter van de tunnel in de figuur hiernaast is gegeven door de formule  $y = -0,5x^2 + 4,5$ .



a Vul de tabel in.

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$							

- b Hoe hoog is de tunnel?  
 c Hoe breed is de tunnel?  
 d Een vrachtwagen met een breedte van 4 meter kan net door de tunnel. Wat weet je van de hoogte van de vrachtwagen?



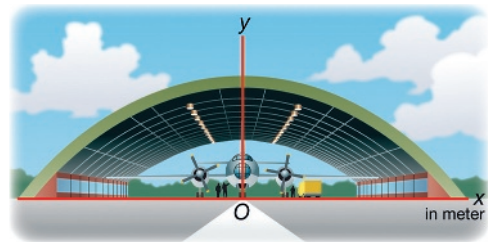
figuur 6.10

A46

De hoogte  $y$  in meter van de hangar in de figuur hiernaast is gegeven door de formule  $y = -0,025x^2 + 10$ .



- a Hoe hoog is de hangar?  
 b Bereken  $y$  voor  $x = 20$ .  
 Wat is de breedte van de hangar?  
 c Van een vliegtuig zitten de vleugels 2,5 meter boven de grond. De afstand tussen beide vleugeluiteinden, de spanwijdte, is 35 meter. Past het vliegtuig in de hangar?



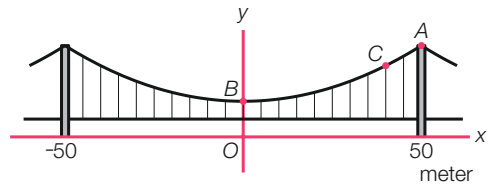
figuur 6.11

A47

De kabels tussen de torens van de hangbrug in de figuur hiernaast hebben de vorm van een parabool. De bijbehorende formule is  $y = 0,005x^2 + 12,5$ . Hierbij is  $y$  de hoogte boven het water in meter.



- a Neem  $x = 20$  en bereken  $y$ .  
 b Hoeveel meter is punt  $A$  boven het water?  
 c Hoeveel meter is punt  $B$  boven het water?  
 d Bij punt  $C$  zit een vogel 20,5 meter boven het water. Onderzoek welke  $x$  hierbij hoort.



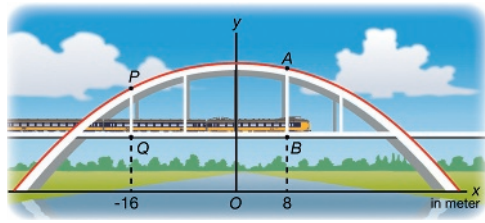
figuur 6.12

A48



De Walfridusbrug is een spoorbrug ten noorden van de stad Groningen. Hiernaast zie je een tekening van de brug. De bogen hebben de vorm van een parabool. De bijbehorende formule is  $y = -0,04x^2 + 26$ . Hierin is  $y$  de hoogte in meter boven het water. De spoorlijn ligt 10 meter boven het water.

\*



figuur 6.13

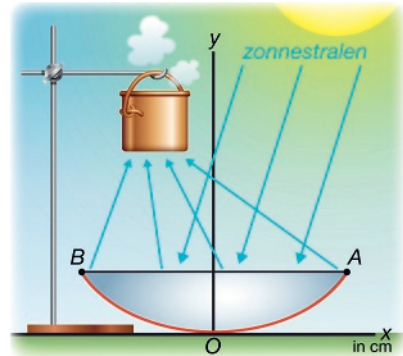
- Hoeveel meter ligt het hoogste punt van de boog boven de spoorlijn?
- Onderzoek of de afstand tussen het begin- en het eindpunt van de boog meer of minder dan 50 meter is.
- De spoorbrug is versterkt met vijf ijzeren staven. Wat is het verschil in lengte tussen staaf  $AB$  en staaf  $PQ$ ?
- Onderzoek hoe lang het stuk spoor is dat zich onder de boog bevindt.

E49



In sommige landen worden zonneovens gebruikt om te koken. Door de paraboolvorm worden zonnestralen gebundeld, waardoor hoge temperaturen ontstaan. Bij de parabool in de figuur hiernaast hoort de formule  $y = 0,0125x^2$ . Hierin is  $y$  de hoogte boven de grond in cm. De afstand tussen  $A$  en  $B$  is 80 cm.

\*



figuur 6.14

- Bereken hoeveel cm punt  $A$  zich boven de grond bevindt.
- Van een andere zonneoven is de afstand tussen  $A$  en  $B$  een meter. Het punt  $A$  bevindt zich 20 cm boven de grond. Onderzoek welke formule er bij de parabool hoort.
- Onderzoek welke formule er bij de parabool hoort als  $AB = 60$  cm en punt  $A$  zich 18 cm boven de grond bevindt.

**Check** Ik kan de grafiek van een kwadratische formule tekenen.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L5.

L5

Gegeven is de formule  $y = x^2 - 3$ .

- Vul de tabel in.

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$							

- Teken in een assenstelsel de punten die uit de tabel volgen.
- Teken door deze punten de grafiek van  $y = x^2 - 3$ .

050 Gegeven is de formule  $y = 2x - 3$ .

a Reken na: bij  $x = -3$  hoort  $y = -9$ .

b Vul de tabel in.

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$							

c Teken de punten die uit de tabel volgen, en teken door deze punten de grafiek van  $y = 2x - 3$ .

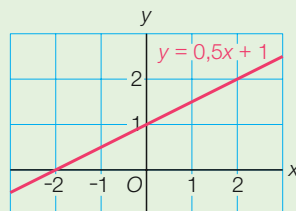
d Is de grafiek een parabool? Hoe kun je dat aan de formule zien?

## Theorie B Grafieken van lineaire en kwadratische formules

Hiernaast is de grafiek van  $y = 0,5x + 1$  getekend. Je ziet dat de grafiek een rechte lijn is. Daarom heet  $y = 0,5x + 1$  een **lineaire formule**. Andere voorbeelden van lineaire formules zijn  $y = 3x - 6$ ,  $B = 3t + 5$  en  $A = 5n - 7$ .

Om de grafiek van een lineaire formule te tekenen, heb je genoeg aan een tabel met de coördinaten van twee punten.

Hieronder zie je hoe je de grafiek van een lineaire en van een kwadratische formule tekent.



figuur 6.15

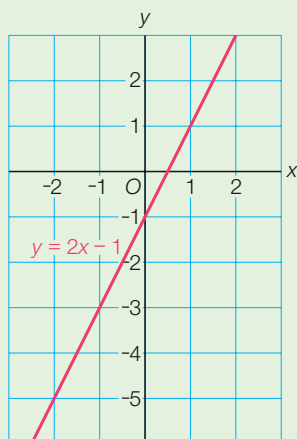
### Lineaire formules

**Formule**  $y = 2x - 1$

**Tabel** met twee punten

$x$	0	2
$y$	-1	3

**Grafiek** is een lijn



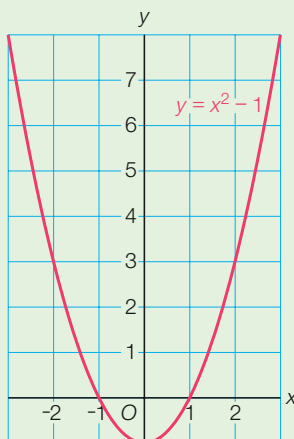
### Kwadratische formules

**Formule**  $y = x^2 - 1$

**Tabel** met zeven punten

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	8	3	0	-1	0	3	8

**Grafiek** is een parabool



**Leerdoel** Je kent het verschil tussen lineaire en kwadratische formules en de bijbehorende grafieken.

**51**  
  \*

- Gegeven zijn de formules  $y = x^2 - 4$  en  $y = 2x - 1$ .
- Welke formule is een lineaire formule? En welke formule is een kwadratische formule?
  - Maak geschikte tabellen en teken de grafieken in één figuur. Zet bij elke grafiek de bijbehorende formule.
  - De grafieken snijden elkaar in twee punten. Schrijf de coördinaten van deze snijpunten op.

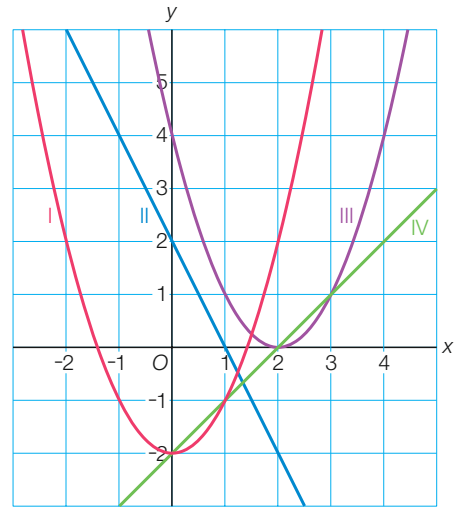
**A52**  
  \*

- Gegeven zijn de formules  $y = -x^2 + 4$  en  $y = 2x + 1$ .
- Teken de grafieken in één figuur.
  - Schrijf de coördinaten van de snijpunten van de twee grafieken op.

**E53**  
 \*

In de figuur hiernaast zie je twee rechte lijnen en twee parabolen. Zoek bij elke grafiek de juiste formule. Kies uit:

$y = x - 2$   
 $y = x^2 - 2$   
 $y = -2x + 2$   
 $y = (x - 2)^2$



figuur 6.16

**Check** Ik ken het verschil tussen lineaire en kwadratische formules en de bijbehorende grafieken.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en maak opgave L6.

**L6**

- Gegeven zijn de formules  $y = -2x + 3$  en  $y = x^2 - 2$ .
- Welke formule is een lineaire formule? En welke formule is een kwadratische formule?
  - Om de grafieken bij de formules te tekenen, gebruik je de tabellen hieronder. Vul de tabellen in.

x	0	2
y		

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

- Teken de grafieken van de formules  $y = -2x + 3$  en  $y = x^2 - 2$  in één figuur. Zet bij elke grafiek de bijbehorende formule.

# 6.4 Rekenen met letters

## Leerdoelen

- Je kunt een product herleiden waarin letters voorkomen.
- Je kunt een som herleiden waarin gelijksoortige termen voorkomen.

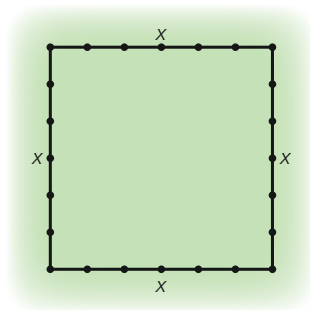
**054** Boer Leo wil schapen op zijn land laten grazen. Daarom zet hij een deel van het weiland af met gaas. Het deel is vierkant met zijden van  $x$  meter. Zie de figuur hiernaast.

- a** Hoeveel meter gaas heeft hij nodig als  $x = 10$ ?  
En hoeveel meter als  $x = 25$ ?

Leo zegt: 'Ik heb voor het afzetten van het weiland in totaal  $x + x + x + x$  meter gaas nodig.'

Zijn vrouw Anneke beweert: 'Volgens mij heb je in totaal  $4x$  meter gaas nodig.'

- b** Wie heeft gelijk? Waarom?



figuur 6.17

## Theorie A Het herleiden van een som van gelijke termen

Je weet  $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 \cdot 3$ . Met letters gaat het net zo.

$$a + a + a + a + a = 5 \cdot a = 5a.$$

$$a + a + a + a + a = 5a$$

som van vijf gelijke termen      product van twee factoren

We zeggen dat  $a + a + a + a + a$  is herleid tot  $5a$ .

En zo kun je  $p + p + p$  **herleiden** tot  $3p$ . Herleiden betekent korter schrijven.



Herleiden betekent korter schrijven.

**55** Herleid.

**a**  $p + p + p + p$

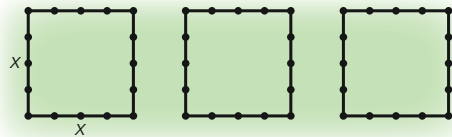
**c**  $a + a + a + a + a + a + a + a$

**b**  $x + x$

**d**  $r + r + r + r + r + r$

**056** In de figuur hiernaast heeft boer Leo drie delen van zijn weiland met gaas omheind. De delen zijn vierkant en hebben zijden van  $x$  meter.

- a** Volgens Leo heeft hij in totaal  $3 \cdot 4x$  meter gaas gebruikt. Hoe komt hij daaraan?
- b** Volgens zijn vrouw Anneke is de totale lengte van het gaas  $12x$  meter. Hoe komt ze daaraan?
- c** Is  $3 \cdot 4x = 12x$ ?



figuur 6.18

## Theorie B Het herleiden van producten

In opgave 56 heb je gezien dat  $3 \cdot 4x = 12x$ . We zeggen dat  $3 \cdot 4x$  is herleid tot  $12x$ .

Ook  $5a \cdot 8b$  en  $-5p \cdot -3q$  kun je herleiden.

$$\begin{aligned}5a \cdot 8b &= \\5 \cdot a \cdot 8 \cdot b &= \\5 \cdot 8 \cdot a \cdot b &= 40ab\end{aligned}$$

Wissel de middelste factoren.

$$\begin{aligned}-5p \cdot -3q &= \\-5 \cdot p \cdot -3 \cdot q &= \\-5 \cdot -3 \cdot p \cdot q &= 15pq\end{aligned}$$

Wissel de middelste factoren.

Dus  $5a \cdot 8b = 40ab$  en  $-5p \cdot -3q = 15pq$ .

Schrijf het antwoord zonder tussenstap op.

### Werkschema: producten zoals $5a \cdot 8b$ herleiden

- 1 Vermenigvuldig de getallen en zet de uitkomst vooraan.
- 2 Zet de letters er in alfabetische volgorde achter en laat alle vermenigvuldigingpunten weg.

### Voorbeelden

$$-5x \cdot -3y = 15xy$$

Eerst  $-5 \cdot -3 = 15$ , dan  $xy$ .

$$5n \cdot -4k \cdot 2m = -40kmn$$

Eerst  $5 \cdot -4 \cdot 2 = -40$ , dan  $n, k$  en  $m$  alfabetisch.

$$3y \cdot -x = -3xy$$

Bedenk  $-x = -1 \cdot x$ .

Een speciaal geval heb je bij  $3a \cdot 5a$ .

Zoals  $7 \cdot 7 = 7^2$ , zo is  $a \cdot a = a^2$ .

Dus  $3a \cdot 5a = 15a^2$ , want  $3 \cdot 5 = 15$  en  $a \cdot a = a^2$ .

### Speciale gevallen

$$0 \cdot a = 0$$

$$-1 \cdot a = -a$$

$$1 \cdot a = a$$

$$a \cdot a = a^2$$

### Voorbeelden

$$7a \cdot 3a = 21a^2$$

Eerst  $7 \cdot 3 = 21$ , dan  $a \cdot a = a^2$ .

$$5x \cdot -x = -5x^2$$

Eerst  $5 \cdot -1 = -5$ , dan  $x \cdot x = x^2$ .

$$3x \cdot -5y \cdot x = -15x^2y$$

Eerst  $3 \cdot -5 \cdot 1 = -15$ , dan  $x \cdot y \cdot x = x^2y$ .

**Leerdoel** Je kunt een product herleiden waarin letters voorkomen.

57 Herleid.



a  $5a \cdot 9b$

b  $25a \cdot -4b$

c  $-8b \cdot 4a$

d  $-3p \cdot -q$

e  $6x \cdot -5$

f  $-p \cdot -a$

Schrijf het antwoord zonder tussenstap op.



58 Herleid.



a  $0,2a \cdot c \cdot 5b$   
 b  $-8x \cdot -y \cdot 3z$

c  $-a \cdot -b \cdot -1$   
 d  $5y \cdot -3x \cdot -z$

e  $18y \cdot 0 \cdot -2x$   
 f  $-0,5ac \cdot -8b$

59 Herleid.



a  $15a \cdot 3a$   
 b  $15a \cdot 3b$

c  $-6x \cdot -2x$   
 d  $-6 \cdot -2y$

e  $3x \cdot 2y \cdot 5x$   
 f  $3x \cdot 2y \cdot 5z$

60 Vul in.



a  $9a \cdot \dots = 18ab$   
 b  $-12a \cdot \dots = -24ac$

c  $x \cdot \dots = 15xy$   
 d  $5x \cdot \dots = 15x^2$

e  $-x \cdot \dots = -3xy$   
 f  $-10x \cdot \dots = 100xy$

**Check** Ik kan een product herleiden waarin letters voorkomen.  
 Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en maak opgave L7.

L7 Herleid.



a  $4 \cdot 5b$   
 b  $p \cdot -3q$

c  $5y \cdot 10x$   
 d  $2a \cdot -3c \cdot -b$

e  $4p \cdot 2p$   
 f  $y \cdot 3x \cdot -4y$

061 Vul in.



- a  $3a = a + \dots + \dots$   
 b  $4a = a + \dots + \dots + \dots$   
 c  $3a + 4a = a + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$   
 d Is  $3a + 4a = 7a$ ?

### Theorie C Gelijksortige termen

Van de som  $3a + 4a$  zijn  $3a$  en  $4a$  de termen. De letters in deze termen zijn hetzelfde. Zulke termen noemen we **gelijksortige termen**.

In de som  $2b + 5b$  zijn  $2b$  en  $5b$  gelijksoortige termen. Gelijksortige termen kun je samennemen.

$$2b + 5b = \underbrace{b + b}_{2b} + \underbrace{b + b + b + b + b}_{5b} = 7b$$

$$4p + p = \underbrace{p + p + p + p}_{4p} + \underbrace{p}_p = 5p$$

In de som  $3ab + 2ab$  zijn  $3ab$  en  $2ab$  de gelijksoortige termen. Ook deze termen kun je samennemen.

$$3ab + 2ab = \underbrace{ab + ab + ab}_{3ab} + \underbrace{ab + ab}_{2ab} = 5ab$$

Bij herleiden neem je alle gelijksoortige termen samen. Dus  $5a + 8a = 13a$ ,  $7ab + ab = 8ab$  en  $21pq + 15pq = 36pq$ .



In de som  $2a + 3b$  zijn de termen  $2a$  en  $3b$  niet gelijksoortig. Deze som kun je niet herleiden. Ook  $3ac + 2bc$  kun je niet herleiden, want  $3ac$  en  $2bc$  zijn niet gelijksoortig. In  $8a + 5$  zijn  $8a$  en  $5$  niet gelijksoortig, dus ook  $8a + 5$  kun je niet herleiden.

$2a + 3a$  kun je herleiden, maar  $2a + 3b$  niet.



**In gelijksoortige termen komen precies dezelfde letters voor. Alleen gelijksoortige termen kun je samennemen. Zo is  $5p + 3p = 8p$ , maar  $5p + 3q$  kun je niet herleiden.**

**Leerdoel** Je kunt een som herleiden waarin gelijksoortige termen voorkomen.

### Voorbeeld

Herleid.

**a**  $8a + 7a$

**b**  $ab + 6ab$

**c**  $8c + 3d$

**d**  $a + a$

**e**  $7a + 3a + 2a$

**f**  $6a + 3$

*Uitwerking*

**a**  $8a + 7a = 15a$

**b**  $ab + 6ab = 7ab$

**c**  $8c + 3d$  kan niet

**d**  $a + a = 2a$

**e**  $7a + 3a + 2a = 12a$

**f**  $6a + 3$  kan niet

$8c + 3d$  kun je niet herleiden, want er zijn geen gelijksoortige termen.

**R62** Leia zegt: ' $5x + 3y = 8xy$ '. Volgens Luke kun je  $5x + 3y$  niet herleiden.

- a** Bereken  $5x + 3y$  voor  $x = 1$  en  $y = 2$ .  
**b** Bereken  $8xy$  voor  $x = 1$  en  $y = 2$ .  
**c** Heeft Leia gelijk?

**63** Herleid.

- a**  $6a + 7a$   
**b**  $2c + 3c$   
**c**  $1096x + 4x$

- d**  $15y + y$   
**e**  $154x + 46x$   
**f**  $1,5q + 0,5q$

- g**  $2ab + 8ab$   
**h**  $4,5p + p$   
**i**  $c + 13c$

**64** Herleid.

- a**  $ab + 2ab$   
**b**  $1,2x + 8,7x$   
**c**  $xy + xy$

- d**  $ab + 10ab$   
**e**  $16a + 9,5a$   
**f**  $2x + 3x + 6x$

- g**  $2y + y + y$   
**h**  $8z + z + 2z$   
**i**  $2ab + ab + 4ab$

65 Herleid.



**a**  $3a + 10a$   
**b**  $3a + 10b$   
**c**  $b + 8b$

**d**  $3x + 8$   
**e**  $2ac + 6ac$   
**f**  $2ac + 8ad$

**g**  $a + 6a$   
**h**  $a + 6b$   
**i**  $3a + 3$

Voor kan niet  
 schrijven ik k.n.



**Check** Ik kan een som herleiden waarin gelijksoortige termen voorkomen. Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie C en maak opgave L8.

L8 Herleid.

**a**  $2a + 5a$   
**b**  $2a + 5b$

**c**  $8c + c$   
**d**  $2ab + 5ab$

**e**  $2ab + 5ac$   
**f**  $2b + b + 9b$

### Voorbeelden

*vermenigvuldigen*

$5a \cdot 3b = 15ab$   
 $3y \cdot -2x = -6xy$   
 $5x \cdot 7x = 35x^2$

*optellen*

$5a + 3a = 8a$   
 $6a + 7b$  kan niet  
 $6ab + ab = 7ab$



A66 Herleid.



**a**  $6a + 8a$   
**b**  $6a \cdot 8a$   
**c**  $6a + 8b$

**d**  $6a \cdot 8b$   
**e**  $3x + x$   
**f**  $3x \cdot x$

**g**  $3x \cdot -2y$   
**h**  $3x + 2y$   
**i**  $p + p$

**j**  $p + 3$   
**k**  $5p \cdot -3$   
**l**  $5p \cdot -3p$

A67 Herleid.



**a**  $3ab + 7ab$   
**b**  $3ab + ab + 7ab$

**c**  $3ab + 7a$   
**d**  $5x + x + 2x$

**e**  $5x \cdot x \cdot 2$   
**f**  $5x \cdot y \cdot 2x$

A68 Vul in.



**a**  $2a + \dots = 7a$     **c**  $-8x \cdot \dots = -16xy$     **e**  $3a \cdot \dots = 12a^2$   
**b**  $9a + \dots = 10a$     **d**  $-3 \cdot \dots = -18xy$     **f**  $3a + \dots = 12a$

### Informatief Algebra

In de algebra nemen letters de plaats van getallen in. Je zou algebra de taal van de wiskunde kunnen noemen. Het is een internationale taal die overal ter wereld hetzelfde is. Daardoor kun je hele gedeelten van een wiskundeboek van een brugklasser uit Rusland goed begrijpen.

103 Приведите подобные слагаемые:

a)  $5a + 27a - a$ ;                      в)  $6x - 14 - 13x + 26$ ;  
 б)  $12b - 17b - b$ ;                      г)  $-8 - y + 17 - 10y$ .

104 Выполните приведение подобных слагаемых:

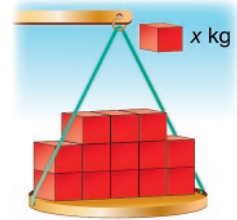
a)  $13a + 2b - 2a - b$ ;                      в)  $-5,1a - 4b - 4,9a + b$ ;  
 б)  $41x - 58x + 6y - y$ ;                      г)  $7,5x + y - 8,5x - 3,5y$ .

# 6.5 Herleiden

## Leerdoelen

- Je kunt een verschil herleiden waarin gelijksoortige termen voorkomen.
- Je kunt gelijksoortige termen optellen en aftrekken.

- 69** Op de weegschaal hiernaast liggen dertien blokjes van  $x$  kg.  
 Het gewicht van de blokjes samen is dus  $13x$  kg.  
 Aref haalt vijf blokjes van de weegschaal af.
- Wat is het totale gewicht van de blokjes die hij eraf haalt?
  - Wat is het totale gewicht van de blokjes die op de schaal blijven liggen?
  - Wat krijg je als je  $13x - 5x$  herleidt?



figuur 6.19

## Theorie A Gelijksoortige termen en mintekens

In opgave 69 heb je gezien dat  $13x - 5x = 8x$ .

En zoals

$$\begin{array}{ll} 7 - 2 = 5 & \text{is } 7a - 2a = 5a \\ -3 + 8 = 5 & \text{is } -3b + 8b = 5b \\ -3 - 1 = -4 & \text{is } -3x - x = -4x \\ -5 + 2 = -3 & \text{is } -5y + 2y = -3y \end{array}$$

**Leerdoel** Je kunt een verschil herleiden waarin gelijksoortige termen voorkomen.

### Voorbeelden

$$8b - 3b = 5b$$

$$-8x - 3x = -11x$$

$$7a - a = 6a$$

$$-5ab + 12ab = 7ab$$

$$3c - 4c = -c$$

$$-5z + 5z = 0$$

$$9n - 8n = n$$

$$2xy - 3y \text{ kan niet}$$

Bedenk dat  $-1c = -c$ .

Bedenk dat  $0z = 0$ .

**70** Herleid.



**a**  $3a - 5a$

**b**  $-3a - 5a$

**c**  $-3a + 5a$

**d**  $5x - 4x$

**e**  $-5x + 5x$

**f**  $4x - 5x$

**71** Herleid.



**a**  $5a - 13a$

**b**  $8b - 8b$

**c**  $-3c - 3c$

**d**  $0,7b - 0,3b$

**e**  $0,7b + 0,3b$

**f**  $-5p - p$

**g**  $bc - 6bc$

**h**  $-ab + 4ab$

**i**  $2ab - ab$

72 Herleid.



a  $6p - 12p$

b  $-2a - 8a$

c  $0,6x + 1,4x$

d  $5ab - 12ab$

e  $-3p - 4pq$

f  $-12ac + ac$

g  $6a - 7a$

h  $3bc - 2bc$

i  $-5ac + 5bc$

73 Vul in.



a  $20a - \dots = 8a$

b  $5a - \dots = a$

c  $2a - \dots = -4a$

d  $a - \dots = -a$

e  $4a - \dots = 0$

f  $-ac - \dots = -6ac$

**Check** Ik kan een verschil herleiden waarin gelijksoortige termen voorkomen. Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L9.

L9 Herleid.



a  $5a - 2a$

b  $2p - 5p$

c  $-2x + 5x$

d  $-2a - 5b$

e  $5pq - 6pq$

f  $-5n + 5n$

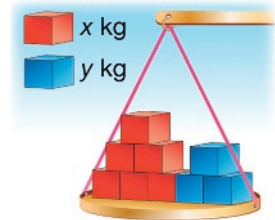
074



Op de weegschaal hiernaast liggen zes blokjes van  $x$  kg en drie blokjes van  $y$  kg. Het gewicht van de blokjes samen is dus  $6x + 3y$  kg.

Aref doet er twee blokjes van  $x$  kg en zeven blokjes van  $y$  kg bij.

- a Wat is daarna het gewicht van
- de rode blokjes samen
  - de blauwe blokjes samen
  - alle blokjes samen?
- b Wat krijg je als je  $6x + 3y + 2x + 7y$  herleidt?



figuur 6.20

### Theorie B Gelijksoortige termen samennemen

In opgave 74 heb je  $2x + 7y$  opgeteld bij  $6x + 3y$ .

Het nieuwe gewicht van de blokjes op de weegschaal is

$$6x + 3y + 2x + 7y = 8x + 10y.$$

En zo kun je  $25a + 9b + 3a + 7b$  herleiden tot  $28a + 16b$ .

Verder is  $5a + 8 + 7a + 6 = 12a + 14$  en

$$ab + 6ac + 3ab = 4ab + 6ac.$$

**Leerdoel** Je kunt gelijksoortige termen optellen.

75 Herleid.



a  $5a + 2b + 3a + 4b$

b  $8a + 6 + 2a + 9$

c  $6a + 14a + 3b$

d  $2ab + 4b + 6ab + 8b$

e  $3ab + 2bc + 8bc + ab$

f  $6a + 5b + 6b$

76



Wout gaat op vakantie naar Mallorca. Met de formule  $b = 50a + 400$  berekent hij hoeveel hij voor de vakantie betaalt. Hierin is  $a$  het aantal dagen dat de vakantie duurt en  $b$  het bedrag in euro's.

**a** Bereken het bedrag als de vakantie zes dagen duurt.

Op Mallorca huurt Wout een racefiets zodat hij elke dag een tocht kan maken. Het bedrag voor het huren van de racefiets wordt berekend met de formule  $b = 10a + 50$ .

Met de formule  $b = 50a + 400 + 10a + 50$  kan hij vervolgens berekenen hoeveel euro hij in totaal kwijt is.

**b** Herleid de formule  $b = 50a + 400 + 10a + 50$ .

**c** Wout wil weten hoeveel hij moet betalen als hij twee weken op vakantie gaat.

Wat denk je, gebruikt hij de twee oude formules of de herleide formule? Waarom?

**d** Bereken het bedrag als hij twee weken op vakantie gaat.

77

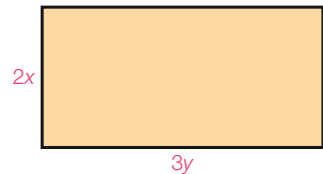


Zie de rechthoek hiernaast.

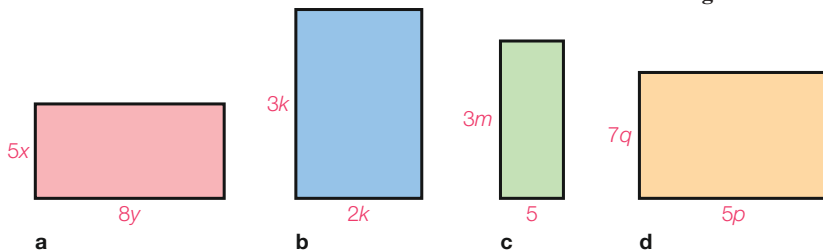
De oppervlakte is  $2x \cdot 3y = 6xy$ .

De omtrek is  $2x + 3y + 2x + 3y = 4x + 6y$ .

Geef van elke rechthoek hieronder de oppervlakte en de omtrek. Herleid steeds het antwoord.



figuur 6.21



figuur 6.22

E78



Hieronder staan twee rijen getallen waarin een regelmaat voorkomt.

**a** Schrijf van elke rij de volgende vijf getallen op.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

5, 7, 12, 19, 31, 50, 81, ...

De rijen getallen in vraag a zijn voorbeelden van Lucasrijen. In een Lucasrij is elk getal de som van de twee voorgaande getallen.

Je kunt ook Lucasrijen met letters maken.

Bijvoorbeeld  $a, b, a + b, a + 2b, 2a + 3b, \dots$

**b** Schrijf de volgende vijf getallen op van deze rij.

**c** Hieronder staan nog twee Lucasrijen.

Schrijf van elk van deze rijen de volgende vijf getallen op.

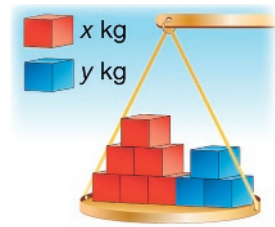
$a + b, 2a, 3a + b, \dots$

$5a + 3, b + 5, 5a + b + 8, \dots$

**079** Op de weegschaal hiernaast liggen zes blokjes van  $x$  kg en drie blokjes van  $y$  kg. Het gewicht van de blokjes samen is dus  $6x + 3y$  kg.

Aref haalt er vier blokjes van  $x$  kg en één blokje van  $y$  kg af.

- a** Wat is daarna het gewicht van
- de rode blokjes samen
  - de blauwe blokjes samen
  - alle blokjes samen?
- b** Wat krijg je als je  $6x + 3y - 4x - y$  herleidt?



figuur 6.23

### Theorie C Optellen en aftrekken door elkaar

Bij het herleiden van  $3a + 8b - 7a - 3b$  neem je de gelijksoortige termen samen.

$$3a + 8b - 7a - 3b =$$

$$3a - 7a + 8b - 3b =$$

$$-4a + 5b$$

Neem de termen met  $a$  samen:  $3a - 7a = -4a$ .

Neem de termen met  $b$  samen:  $8b - 3b = 5b$ .

Het minteken voor  $7a$  betekent dat je er  $7a$  van af moet trekken. Dus als je de termen in een andere volgorde zet, moet je het minteken meenemen. Je mag de tussenstap weglaten.

**Leerdoel** Je kunt gelijksoortige termen optellen en aftrekken.

### Voorbeelden

$$-3a - 3b - 7a = -10a - 3b$$

$$6x + 3y - 8x - 2y = -2x + y$$

$$3x - 2 + x - 8 = 4x - 10$$

$$5p + 7q - 5p - 8q = -q$$

$$6x - 8x = -2x \text{ en } 3y - 2y = y$$

$$5p - 5p = 0 \text{ en } 7q - 8q = -q$$

**80** Herleid.

**a**  $2x - 3x - 4y$

**b**  $2x - 3y - 4y$

**c**  $-3a - 4a + 2b$

**d**  $-3a - 4b + 2a$

**e**  $7p - 4q - 3q$

**f**  $-3t - 4t - 5t$

**81** Herleid.

**a**  $2a - 3b + 5a - 2b$

**b**  $-3a - b + 2b - a$

**c**  $3a + 2b + 8a - 2b$

**d**  $5x + 4y - x - 5y$

**e**  $-3x + 8y - 8y + 3x$

**f**  $x - y + x + y$

**A82** Herleid.

**a**  $2x - 3 + 5x - 2$

**b**  $-x + y + x - y$

**c**  $3x - 1 + 8 - x$

**d**  $-a - b - a + b$

**e**  $8a + 4 - 8a + 2$

**f**  $-7a - ab - 3ab + a$

**A83** Herleid.

**a**  $3x + -5y - y$

**b**  $-2x - -3y + 2y$

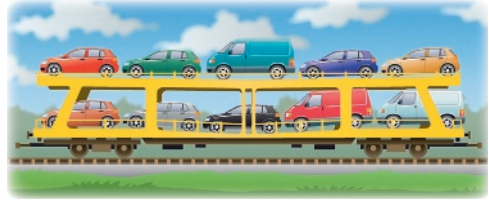
**c**  $x - -3y + -7x$

**d**  $8x + -2y - -3y + -10x$

**e**  $8x - (2y - 7y)$

**f**  $x + -y - (x + 2x)$

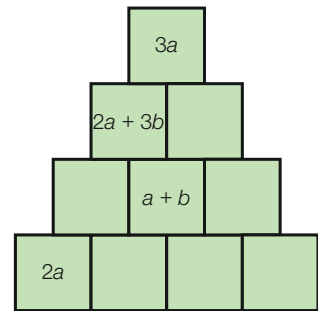
**A84** Een trein vervoert nieuwe auto's. Op de wagon hiernaast staan zeven personenauto's en drie bedrijfsauto's. Een personenauto weegt  $p$  kg en een bedrijfsauto  $b$  kg.



figuur 6.24

- a Wat is het totale gewicht van de auto's?
- b Er wordt een nieuwe wagon aangekoppeld, met acht personenauto's en twee bedrijfsauto's. Wat is nu het totale gewicht van de auto's? Herleid je antwoord.
- c Op een station worden vijf personenauto's en vier bedrijfsauto's van de wagons afgehaald. Wat is nu het totale gewicht? Herleid je antwoord.

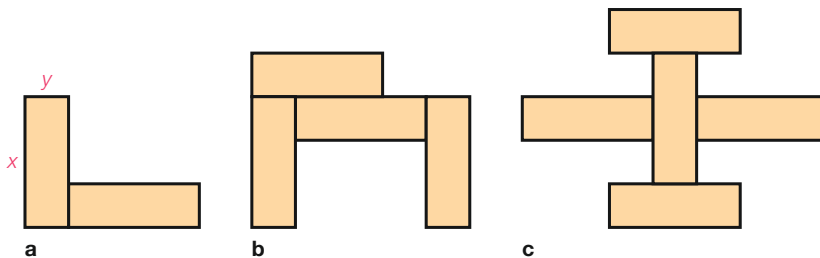
**A85** Hiernaast staat een letterpiramide. In elk vakje staat de som van de termen in de twee vakjes eronder. Vul de piramide verder in.



figuur 6.25

**E86** In deze opgave gaat het over figuren die zijn opgebouwd uit rechthoeken met lengte  $x$  en breedte  $y$ .

- a Figuur 6.26a bestaat uit twee van deze rechthoeken. De omtrek van deze figuur is  $4x + 2y$ . Leg uit waarom.
- b Geef de omtrek van figuur 6.26b en van figuur 6.26c.



figuur 6.26

**Check** Ik kan gelijksoortige termen optellen en aftrekken. Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en C, en maak opgave L10.

**L10** Herleid.

- a  $2a + 3b + 5a$
- b  $3a - 2b + 7b$
- c  $3a + 4b + 8a - 2b$
- d  $5x + 4y - x - 5y$
- e  $-3x + 8y - 8y + 3x$
- f  $x - 2y + 3x - 6x$

# Gemengde opgaven

**1** Bereken.



**a**  $-8 \cdot -3^2$

**b**  $-8 - 3^2$

**c**  $8 \cdot (-3)^2$

**d**  $-(8 - 3)^2$

**e**  $-8^2 - 3^2$

**f**  $(-8 - 3)^2$

**2** Bereken.



**a**  $-1 - 3 \cdot -3^2 - 3^2$

**b**  $-1 \cdot -3 \cdot -3^2 \cdot (-3)^2$

**c**  $12^2 + (5 - 3^2)^2 - 3 \cdot -2^2$

**d**  $8^2 - 81 : (-9)^2$

**e**  $-8^2 : -8 + 0^2 \cdot 64 - 8$

**f**  $8 - (-8^2 + 4^2 \cdot 4) + (-4)^2$

**3** Bereken.



**a**  $\sqrt{100} - \sqrt{121}$

**b**  $-1 \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{49}$

**c**  $\sqrt{9} \cdot \sqrt{0} \cdot \sqrt{25}$

**d**  $\sqrt{9} + \sqrt{0} + \sqrt{25}$

**e**  $14 - 2 \cdot \sqrt{144}$

**f**  $3 \cdot \sqrt{36} - 2 \cdot \sqrt{81}$

**4** Bereken.



**a**  $-5 \cdot (\sqrt{121} - 17)^2 - (9^2 + 9)$

**b**  $(\sqrt{4} \cdot 6)^2 : 12 + \sqrt{64} : -4$

**c**  $(14 : \sqrt{49})^2 \cdot 2 - \sqrt{64} : -4$

**d**  $-3^2 : (9 - \sqrt{36})^2 - \sqrt{81} : 3$

**5** **a** Gegeven is de formule  $y = -2x^2 + 6$ . Bereken  $y$  voor  $x = 4$ .



**b** Gegeven is de formule  $y = 5 - x^2$ . Bereken  $y$  voor  $x = -9$ .

**c** Gegeven is de formule  $y = -(x - 3)^2 + 4$ . Bereken  $y$  voor  $x = -6$ .

**6** Herleid.



**a**  $8a - 3b + 2a - b$

**b**  $-2a + 3a - 6a + 2b$

**c**  $-5a - 7 - 3a - 10$

**d**  $5x - 7x - 5 - 2x$

**e**  $5xy - 2x - 3xy + 2x$

**f**  $3xy + 2x - xy - y$

**7** Vul in.



**a**  $-2a \cdot \dots = 8ab$

**b**  $-2ab + \dots = 8ab$

**c**  $-b \cdot \dots = 8ab$

**d**  $-2ab - \dots = 8ab$

**e**  $-2a - b + \dots + \dots = 3a + 7b$

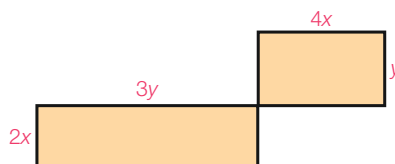
**f**  $-2bc \cdot \dots = 18abc$

**8** Zie de figuur hiernaast.



**a** Geef de omtrek van de figuur. Herleid je antwoord.

**b** Geef de oppervlakte van de figuur. Herleid je antwoord.



figuur 6.27

- 9** Van  $\triangle ABC$  is gegeven dat  $AB = 10 - 2x$  en  $BC = 3y - 2$ .  
 De omtrek van  $\triangle ABC$  is  $3y + 6$ .  
 Onderzoek wat de lengte van  $AC$  is.

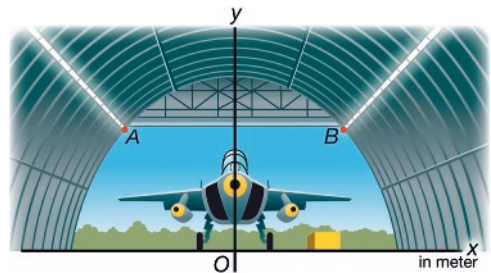
- 10** Gegeven zijn de formules  $y = 3 - x$  en  $y = 5 - x^2$ .  
 a Teken de grafieken van beide formules in één figuur.  
 b Schrijf de coördinaten van de snijpunten van de grafieken op.

- 11** Marcel is parachutespringer. Hij springt op een hoogte van 1100 meter uit een vliegtuig. De eerste tien seconden nadat hij uit het vliegtuig is gesprongen, maakt Marcel een vrije val. Hierbij hoort de formule  $h = -5t^2 + 1100$ , met  $h$  de hoogte in meter na  $t$  seconden.  
 a Op welke hoogte bevindt Marcel zich na twee seconden?  
 b Hoeveel meter is hij na vijf seconden naar beneden gevallen?  
 c Hoeveel meter valt hij in de achtste seconde?



Marcel opent zijn parachute na tien seconden. Vanaf dat moment daalt hij met een constante snelheid van zes meter per seconde.  
 d Hoeveel seconden nadat hij uit het vliegtuig is gesprongen, landt Marcel op de grond?

- 12** De hoogte  $y$  in meter van de hangar hiernaast is gegeven door de formule  $y = -0,05x^2 + 6,05$ .  
 a In het midden van de hangar staat een straaljager die 5 meter hoog is. Wat is de afstand van het hoogste punt van de hangar tot de straaljager?  
 b Onderzoek met een berekening of de hangar breder is dan 20 meter.  
 c In de hangar is op 4,8 meter hoogte verlichting aangebracht. Zie de punten  $A$  en  $B$  in de figuur. Onderzoek welke waarden van  $x$  hierbij horen.  
 d De vleugels van een F-14 Tomcat bevinden zich op 2,7 meter boven de grond. De spanwijdte is 19,5 meter. Onderzoek of de straaljager in de hangar past.



figuur 6.28

# Samenvatting

## 6.1 Kwadraten

- blz 11 Het kwadraat van 9 is  $9^2$ .  
 $9^2$  betekent  $9 \cdot 9$ , dus  $9^2 = 81$ .  
 Bij berekeningen gaat kwadrateren voor vermenigvuldigen en delen. Dus  $2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$ .
- blz 13 Twee getallen waarvan de som 0 is, zijn elkaars tegengestelde. Zo is  $-7$  het tegengestelde van  $7$ .  
 $-5^2$  is het tegengestelde van  $5^2$ , dus  $-5^2 = -25$ .  
 Maar het kwadraat van  $-5$  is  $(-5)^2 = -5 \cdot -5 = 25$ .
- blz 14 De wortel van 36 is  $\sqrt{36} = 6$ , want  $6^2 = 36$  en 6 is niet negatief.  
 $12 + \sqrt{49} = 12 + 7 = 19$  en  $-5 \cdot \sqrt{16} = -5 \cdot 4 = -20$ .

### Rekenvolgorde

- 1 Werk binnen de haakjes.
- 2 Kwadrateren.
- 3 Vermenigvuldigen en delen van links naar rechts.
- 4 Optellen en aftrekken van links naar rechts.

## 6.2 Kwadratische formules

- blz 18 Formules zoals  $y = 2x^2 - 8$ ,  $y = -3x^2$ ,  $y = (x - 7)^2$  en  $A = 2n^2$  zijn kwadratische formules.  
 Bij het invullen van  $x = -3$  in de formule  $y = 2x^2 - 8$  krijg je  
 $y = 2 \cdot (-3)^2 - 8 = 2 \cdot 9 - 8 = 18 - 8 = 10$ .

Het kwadraat van  $-3$  is  $(-3)^2 = 9$ .

Dus bij  $x = -3$  hoort  $y = 10$ .

## 6.3 Grafieken

blz 22, 26

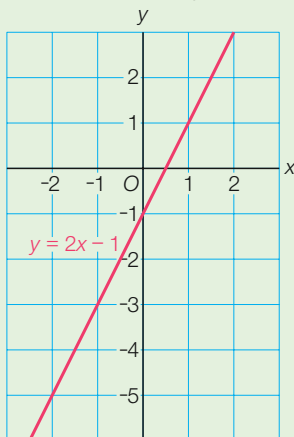
### Lineaire formules

Formule  $y = 2x - 1$

Tabel met twee punten

$x$	0	3
$y$	-1	5

Grafiek is een lijn



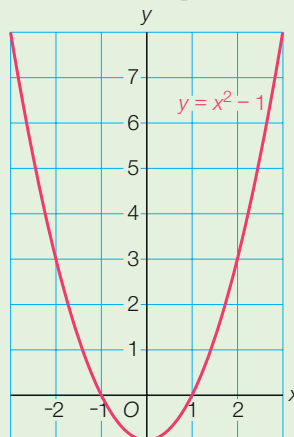
### Kwadratische formules

Formule  $y = x^2 - 1$

Tabel met zeven punten

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	8	3	0	-1	0	3	8

Grafiek is een parabool



Zet de formule bij de grafiek.



Teken de parabool als een vloeiende kromme.

## 6.4 Rekenen met letters

blz 28 Je kunt  $a + a + a$  herleiden tot  $3a$ . Herleiden betekent korter schrijven.

$$\underbrace{p + p + p + p}_{\text{som van vier gelijke termen}} = \underbrace{4p}_{\text{product van twee factoren}}$$

blz 29 **Producten herleiden**

- 1 Vermenigvuldig de getallen en zet de uitkomst vooraan.
- 2 Zet de letters er in alfabetische volgorde achter en laat alle vermenigvuldigingpunten weg.

$$8a \cdot 3b = 24ab$$

$$5q \cdot -3p = -15pq$$

$$5p \cdot -3p = -15p^2$$

Onthoud:

$$0 \cdot a = 0$$

$$1 \cdot a = a$$

$$-1 \cdot a = -a$$

$$a \cdot a = a^2$$

blz 30 In gelijksoortige termen komen precies dezelfde letters voor.

Bij herleiden neem je gelijksoortige termen samen.

$$\text{Dus } 5x + 3x = 8x \text{ en } 6pq + 7pq = 13pq.$$

$5a + 3b$  kun je niet herleiden, want de termen zijn niet gelijksoortig.

blz 32 Let op het verschil tussen vermenigvuldigen en optellen.

vermenigvuldigen	optellen
$2p \cdot 3q = 6pq$	$2p + 3q$ kan niet
$6p \cdot 4p = 24p^2$	$6p + 4p = 10p$

## 6.5 Herleiden

blz 33 Je kunt gelijksoortige termen ook samennemen als er mintekens in voorkomen.

$$8a - 5a = 3a$$

$$-xy + 12xy = 11xy$$

$$10p - 10p = 0$$

$$-c - 4c = -5c$$

blz 34 Bij herleiden neem je alle gelijksoortige termen samen.

$$6x + 3y + 2x + 7y = 8x + 10y$$

$$\text{En zo is } 5a + 8 + 7a + 6 = 12a + 14 \text{ en}$$

$$ab + 6ac + 3ab = 4ab + 6ac.$$

blz 36 Let bij het herleiden van  $3a + 8b - 7a - 3b$  op de mintekens.

$$3a + 8b - 7a - 3b =$$

$$3a - 7a + 8b - 3b =$$

$$-4a + 5b$$

Dus als je de termen in een andere volgorde zet, moet je het minteken meenemen.

$$a - b + 2a - 2b = 3a - 3b$$

$$-5x + 6 + 12x - 8 = 7x - 2$$

$$8p - 2q - 8p + 4q = 2q$$

# Diagnostische toets

## 6.1 Kwadraten

**1** Bereken.

- 1 **a**  $6 \cdot 5^2$  **c**  $(15 - 3)^2 - 80 : 4^2$   
**b**  $48 - 5 \cdot 3^2$  **d**  $160 : (8 - 7)^2$

**2** Bereken.

- 2 **a**  $-5 \cdot (-3)^2$  **c**  $(3 - 5)^2 : -2 + 8 \cdot 4^2$   
**b**  $-4^2 - (-4)^2$  **d**  $-1^2 - (-3)^2 \cdot -2^2$


**3** Bereken.

- 3,4 **a**  $\sqrt{81} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{144}$  **c**  $\sqrt{196} - 3 \cdot \sqrt{225}$   
**b**  $2 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{121}$  **d**  $4 \cdot \sqrt{169} - 2 \cdot \sqrt{0}$

## 6.2 Kwadratische formules

**4** **a** Bereken  $y$  voor  $x = 6$  bij de formule  $y = 0,5x^2$ .

- 5, 6, 7 **b** Bereken  $y$  voor  $x = 5$  bij de formule  $y = -3x^2 + 7$ .  
**c** Bereken  $y$  voor  $x = -2$  bij de formule  $y = (x - 5)^2 - 8$ .  
**d** Bereken  $y$  voor  $x = -5$  bij de formule  $y = 4x^2 - 12$ .

**5**  Een hogesnelheidstrein vertrekt vanaf een station. De afstand die de trein bij het optrekken aflegt, wordt gegeven door de formule  $d = 0,5t^2$ . Hierin is  $d$  in meter en  $t$  in seconden.


- a** Hoeveel meter heeft de trein afgelegd na 5 seconden?  
**b** Bij vertrek is de trein 100 meter verwijderd van een wissel. Bereken hoe ver de trein na 12 seconden van de wissel verwijderd is.  
**c** Heeft de trein meer of minder dan 22 seconden nodig om een afstand van 250 meter af te leggen?

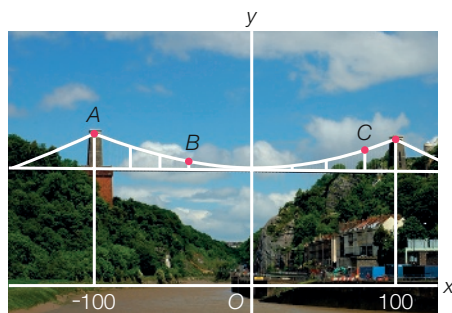


## 6.3 Grafieken

**6** Gegeven zijn de formules  $y = -x^2 + 6$  en  $y = x + 4$ .

- 9, 10, 11 **a** Teken in één figuur de grafieken van beide formules.  
**b** Schrijf de coördinaten van de snijpunten van de twee grafieken op.

- 7**  Hiernaast zie je de beroemde Clifton Suspension Bridge in Bristol. De kabels tussen de torens van de hangbrug hebben de vorm van een parabool. De bijbehorende formule is  $y = 0,0025x^2 + 75$ . Hierbij is  $y$  de hoogte in meter boven het wateroppervlak.
- Hoeveel meter is het wegdek boven het water?
  - Hoeveel meter steekt toren  $A$  boven het wegdek uit?
  - Punt  $B$  hoort bij  $x = -40$ . Bij  $B$  is een metalen staaf met het wegdek verbonden. Bereken de lengte van die staaf.
  - De metalen staaf bij  $C$  is 16 meter lang. Onderzoek welke  $x$  daarbij hoort.



figuur 6.29

### 6.4 Rekenen met letters

**8** Herleid.

- |    |                         |                                     |                                  |
|----|-------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| 13 | <b>a</b> $7b \cdot -3a$ | <b>c</b> $3r \cdot 0 \cdot -2q$     | <b>e</b> $-2,5ac \cdot -4b$      |
|    | <b>b</b> $12p \cdot -q$ | <b>d</b> $-5x \cdot -a \cdot -0,2b$ | <b>f</b> $-x \cdot -z \cdot -2x$ |

**9** Herleid.

- |    |                       |                   |                        |
|----|-----------------------|-------------------|------------------------|
| 14 | <b>a</b> $7p + 3p$    | <b>c</b> $7x + x$ | <b>e</b> $3p + p + 8p$ |
|    | <b>b</b> $12ab + 6ab$ | <b>d</b> $5a + 6$ | <b>f</b> $6ac + 7ad$   |

**10** Herleid.

- |    |                        |                        |                      |
|----|------------------------|------------------------|----------------------|
| 15 | <b>a</b> $5a + 7a$     | <b>c</b> $8x + 7y$     | <b>e</b> $x + x$     |
|    | <b>b</b> $5a \cdot 7a$ | <b>d</b> $8x \cdot 7y$ | <b>f</b> $x \cdot x$ |

### 6.5 Herleiden

**11** Herleid.

- |    |                     |                        |                     |
|----|---------------------|------------------------|---------------------|
| 16 | <b>a</b> $5x - 12x$ | <b>c</b> $-15ac + 3ac$ | <b>e</b> $-3x + 3x$ |
|    | <b>b</b> $-5x - 7$  | <b>d</b> $-2ac - ac$   | <b>f</b> $-3x - 6x$ |

**12** Herleid.

- |    |                              |                            |                              |
|----|------------------------------|----------------------------|------------------------------|
| 17 | <b>a</b> $-6p + 3q + p - 7q$ | <b>b</b> $3a - 8 + 5 - 2a$ | <b>c</b> $-x - 2y - 2x + 3y$ |
|----|------------------------------|----------------------------|------------------------------|

**13** Een ijscoman verkoopt ijs voor  $a$  euro per bolletje en  $b$  euro per hoorntje. Op een ochtend verdient hij  $53a + 18b$  euro. 's Middags verkoopt hij 106 bolletjes en 42 hoorntjes.

- Hoeveel euro verdient hij in de ochtend en middag samen? Herleid je antwoord.
- Op een andere dag verkoopt hij 's middags 81 bolletjes en 39 hoorntjes. Hij heeft dan  $142a + 60b$  euro verdiend. Hoeveel euro heeft hij 's ochtends verdiend? Herleid je antwoord.



- 6** Bij de formule  $y = -3x^2$  krijg je voor  $x = -4$  dat  $y = -3 \cdot (-4)^2 = -3 \cdot 16 = -48$ .  
 Bij de formule  $y = (x - 3)^2$  krijg je voor  $x = 4$  dat  $y = (4 - 3)^2 = 1^2 = 1$ .

- a** Bereken  $y$  voor  $x = -6$  bij de formule  $y = -3x^2$ .  
**b** Bereken  $y$  voor  $x = 7$  bij de formule  $y = (x - 3)^2$ .  
**c** Bereken  $y$  voor  $x = -3$  bij de formule  $y = 5x^2$ .  
**d** Bereken  $y$  voor  $x = 5$  bij de formule  $y = -x^2$ .  
**e** Bereken  $y$  voor  $x = -5$  bij de formule  $y = -x^2$ .


$$y = -x^2$$

$x = 3$  geeft  $y = -3^2 = -9$   
 $x = -4$  geeft  $y = -(-4)^2 = -16$

- 7** Gegeven is de formule  $y = -2x^2 + 8$ .  
 Hieronder zie je hoe je  $y$  berekent voor  $x = 5$  en voor  $x = -2$ .  
 $x = 5$  geeft  $y = -2 \cdot 5^2 + 8 = -2 \cdot 25 + 8 = -50 + 8 = -42$   
 $x = -2$  geeft  $y = -2 \cdot (-2)^2 + 8 = -2 \cdot 4 + 8 = -8 + 8 = 0$

Bereken  $y$  voor

- a**  $x = 8$                       **b**  $x = -10$                       **c**  $x = 0$

- 8**  Kyle laat een drone opstijgen. Bij de hoogte  $h$  van de drone in meter hoort de formule  $h = 1,5t^2 + 1,7$ . Hierin is  $t$  het aantal seconden na opstijgen.

Om te berekenen hoe hoog de drone is na 3 seconden, neem je  $t = 3$ . Dat geeft  $h = 1,5 \cdot 3^2 + 1,7 = 15,2$ . Dus de hoogte na 3 seconden is 15,2 meter.

- a** Hoe hoog is de drone na 4 seconden?  
**b** Op welke hoogte wordt de drone losgelaten?  
**c** Bereken de hoogte na 8 seconden. Heeft de drone meer of minder dan 8 seconden nodig om naar een hoogte van 100 meter te stijgen?  
**d** Volgens Kyle stijgt de drone tot 120 meter in minder dan 9 seconden.  
 Onderzoek of hij gelijk heeft.



### 6.3 Grafieken

- 9** Om de grafiek van  $y = -x^2 + 4$  te tekenen, ga je als volgt te werk.

- a** Vul de tabel verder in.

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	-5						-5

$$y = -x^2 + 4$$

Voor  $x = -3$  is  
 $y = -(-3)^2 + 4 = -9 + 4 = -5$ .  
 En ook  $x = 3$  geeft  $y = -5$ .

- b** Uit de tabel volgen de punten  $(-3, -5)$ ,  $(-2, \dots)$ , ...  
 Teken deze punten.  
**c** Teken een vloeiende kromme door de punten.  
 Je krijgt een parabool. Zet de formule erbij.

**10** De formule  $y = 1,5x - 2$  is een voorbeeld van een lineaire formule.

- a Hoe kun je zien dat dit een lineaire formule is?
- b De grafiek is een lijn. Om de grafiek te tekenen, heb je een tabel met twee punten nodig.  
Maak een tabel met  $x = 0$  en  $x = 2$  en teken de grafiek.

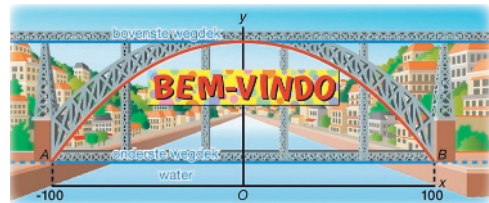
Zet bij het tekenen van een grafiek de formule erbij.



**11** Gegeven zijn de formules  $y = x^2 - 1$  en  $y = 2x + 2$ .

- a Teken in één figuur de grafieken van beide formules.
- b De grafieken snijden elkaar in twee punten.  
Schrijf de coördinaten van die punten op.

**12** Hiernaast zie je de Dom Luis I brug in de Portugese stad Porto. De brug overspant de rivier de Douro. De boog heeft de vorm van een parabool. De formule is  $y = -0,004x^2 + 50$ . Hierbij is  $y$  de hoogte van de parabool boven het water en zijn  $x$  en  $y$  in meter.



figuur 6.30

Bij  $x = 40$  hoort

$$y = -0,004 \cdot 40^2 + 50 = 43,6.$$

a Vul de tabel verder in.

$x$	-100	-80	-40	0	40	80	100
$y$					43,6		

- b Het bovenste wegdek loopt door het hoogste punt van de parabool. Hoeveel meter ligt het bovenste wegdek boven het water?
- c Wat zijn de coördinaten van de punten A en B? Hoeveel meter ligt het onderste wegdek boven het water?

Het spandoek is op een hoogte van 40 meter boven het water aan de boog opgehangen.

d Hoort hierbij  $x = 40$  of  $y = 40$ ?

Door verschillende getallen voor  $x$  in de formule in te vullen, kun je nagaan voor welke twee getallen je  $y = 40$  krijgt.

e Onderzoek hoe breed het spandoek is.

## 6.4 Rekenen met letters

**13** Hiernaast zie je hoe je  $3y \cdot -6x$  herleidt.

Herleid.

- a  $-9b \cdot 3a$
- b  $-3y \cdot -2x$
- c  $10q \cdot -p$
- d  $-5x \cdot -3x$
- e  $-x \cdot -y$
- f  $4 \cdot 3x \cdot -2y$
- g  $-b \cdot 0 \cdot -2a$
- h  $-5ac \cdot -2b$

### Herleiden van $3y \cdot -6x$

- 1 Vermenigvuldig  $3 \cdot -6$ , dat geeft  $-18$ .
- 2 Alfabetische volgorde geeft  $xy$ . De vermenigvuldigingspunt laat je weg.  
Je krijgt  $3y \cdot -6x = -18xy$ .

- 14** In gelijksoortige termen komen precies dezelfde letters voor. Gelijksoortige termen kun je samennemen. Zie hiernaast.

Herleid.

- a**  $3p + 8p$                       **d**  $3a + 9b$   
**b**  $15x + x$                       **e**  $9b + 10$   
**c**  $6ab + 7ab$                     **f**  $5a + 6a + a$

$$8a + 3a = 11a$$

$$8ab - 3ab = 5ab$$

$$5a + 2b \text{ kan niet}$$

niet gelijksoortig

- 15** Let bij herleiden op het verschil tussen vermenigvuldigen en optellen.

vermenigvuldigen	optellen
$5x \cdot 3y = 15xy$	$5x + 3y$ kan niet
$5x \cdot 3x = 15x^2$	$5x + 3x = 8x$

Herleid.

- a**  $7a + 12a$                       **d**  $8a + 2b$                       **g**  $3ab + 2ab$   
**b**  $7a \cdot 12a$                       **e**  $-8a \cdot -2b$                     **h**  $5ab \cdot 3ab$   
**c**  $-3a \cdot a$                         **f**  $-8a \cdot a$                         **i**  $-5ab \cdot a$

### 6.5 Herleiden

- 16** Zoals  $13 - 7 = 6$ , zo is  $13a - 7a = 6a$ .  
 Zoals  $8 - 12 = -4$ , zo is  $8a - 12a = -4a$ .  
 Zoals  $-8 - 5 = -13$ , zo is  $-8a - 5a = -13a$ .

Herleid.

- a**  $15x - 7x$                       **c**  $-5x - 2y$                       **e**  $5ab - 6ab$   
**b**  $3y - 5y$                         **d**  $-7y - y$                         **f**  $-5x - 3x$

- 17** Bij het herleiden van  $2a + 7b - 3a - 5b$  neem je gelijksoortige termen samen. Zie hiernaast.

Herleid.

- a**  $2x + 8y + 6x + 5y$             **c**  $-a - 3a + 8b - 7a$   
**b**  $5x - 8 - 7x + 12$             **d**  $-x + 3y + x - 2y$

$$2a - 3a = -a$$

$$2a + 7b - 3a - 5b = -a + 2b$$

$$7b - 5b = 2b$$

- 18** Een snoepwinkel verkoopt verrassingszakjes. In een goedkoop zakje zitten  $x$  snoepjes en in een duur zakje zitten  $y$  snoepjes.  
 Kris koopt 3 goedkope en 5 dure zakjes. Hij heeft dan  $3x + 5y$  snoepjes.  
 Lilly koopt 2 goedkope en 7 dure zakjes. Samen hebben ze dan  $3x + 5y + 2x + 7y = 5x + 12y$  snoepjes.
- a** Als Kato 8 goedkope zakjes en 1 duur zakje koopt, hoeveel snoepjes hebben ze dan samen? Herleid je antwoord.
- b** Josje is jarig en wil haar vrienden trakteren. Ze koopt 12 goedkope en 8 dure verrassingszakjes. Onderweg naar school eet ze de snoepjes uit 2 goedkope zakjes op en raakt ze 3 dure zakjes kwijt. Hoeveel snoepjes heeft ze nog als ze aankomt op school?

# Onderzoek Sommen en kwadraten

In getallenrijen kunnen bijzondere eigenschappen verborgen zitten. In dit onderzoek ontdek je hoe je met de eigenschappen van vierkantsgetallen, rechthoeksgetallen en driehoeksgetallen op een handige manier sommen kunt berekenen zoals

- $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21$
- $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$
- $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11$

**1** De getallen 18, 520, 1734 en 2016 zijn voorbeelden van **even getallen**.

De getallen 7, 13, 885 en 8309 zijn voorbeelden van **oneven getallen**.

**a** Hoe leg je aan een klasgenoot uit hoe je snel kunt zien of een getal even of oneven is?

**b** Anne zegt: 'De som van twee even getallen is altijd even.'

Judith zegt: 'De som van twee oneven getallen is altijd oneven.'

Wie heeft gelijk, denk je?

**c** Hieronder staan vier beweringen. Twee ervan zijn waar.

Welke zijn dat? Geef een tegenvoorbeeld als de bewering niet klopt.

I even + oneven = even

II even  $\times$  oneven = even

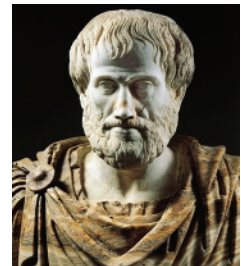
III oneven  $\times$  oneven = oneven

IV oneven + oneven = oneven



Een tegenvoorbeeld is een voorbeeld waaruit blijkt dat de bewering niet klopt.

In de Griekse oudheid was er veel belangstelling voor getallen. Bij het bestuderen van getallen werden steentjes gebruikt. In het door de Griekse filosoof Aristoteles (384-322 v.Chr.) geschreven boek *Metaphysica* is te lezen '... daarbij gebruik makend van steentjes, die getallen gestalte geven in de vorm van de driehoek en het vierkant.' In dit onderzoek gebruiken we stippen in plaats van steentjes om getallen weer te geven. Door patronen te herkennen, kun je een aantal bijzonderheden ontdekken.



Aristoteles

**2** Hiernaast zie je dat 16 en 25 vierkantsgetallen zijn.

**a** Wat is een vierkantsgetal?

**b** Schrijf alle vierkantsgetallen kleiner dan 100 op.

**c** Schrijf het kleinste vierkantsgetal op dat groter is dan 500.

**d** Schrijf het grootste vierkantsgetal op dat kleiner is dan 1000.



figuur 6.31

**3** Zie de eerste vier vierkantsgetallen hiernaast.

Bij figuur 2 hoort  $1 + 3 = 2^2$ .

**a** Vul in.

Bij figuur 3 hoort  $1 + 3 + 5 = \dots\dots\dots^2$ .

**b** Welke optelling hoort bij figuur 4?

Welk kwadraat hoort hierbij?

**c** Welke optelling hoort bij figuur 7 en wat is de uitkomst ervan?

Gebruik bij de volgende vragen de gevonden regelmaat.

**d** Schrijf uit je hoofd het antwoord op van

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21.$$

**e** Schrijf uit je hoofd de uitkomst op van de som van de eerste 25 oneven getallen.

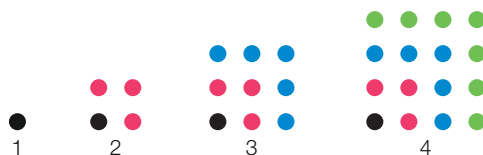
Hiernaast staat een bijzondere rij optellingen.

**f** Wat hebben de optellingen met figuur 6.32 te maken?

**g** Vul in.

$$11^2 = \dots\dots\dots^2 + \dots\dots\dots \quad 21^2 = \dots\dots\dots^2 + \dots\dots\dots \quad \dots\dots\dots^2 = \dots\dots\dots^2 + 65$$

$$\begin{aligned} 1^2 &= 0^2 + 1 \\ 2^2 &= 1^2 + 3 \\ 3^2 &= 2^2 + 5 \\ 4^2 &= 3^2 + 7 \\ 5^2 &= 4^2 + 9 \end{aligned}$$



figuur 6.32

**4** In deze opgave worden de eerste 100 oneven getallen verdeeld in de groepen I en II. Het grootste getal van groep I is kleiner dan het kleinste getal van groep II.

**a** Stel dat groep I uit 30 getallen bestaat.

Bereken dan de som van de getallen van groep II.

**b** Stel dat in beide groepen evenveel getallen zitten.

Bereken dan het verschil van de som van de getallen van groep II en de som van de getallen van groep I.

**c** Stel dat de som van de getallen van groep I groter is dan de som van de getallen van groep II.

Onderzoek hoeveel getallen er dan in groep I kunnen zitten.

**5** Zie de eerste vier vierkantsgetallen hiernaast.

Bij figuur 2 hoort  $1 + 2 + 1 = 2^2$ .

**a** Vul in.

Bij figuur 3 hoort

$$1 + 2 + 3 + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = 3^2.$$

**b** Welke optelling hoort bij figuur 4?

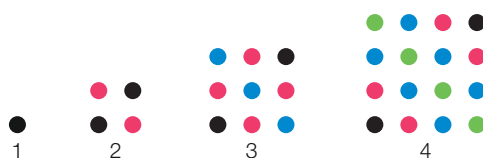
Welk kwadraat hoort hierbij?

**c** Welke optelling hoort bij figuur 7 en wat is de uitkomst ervan?

**d** Gebruik de gevonden regelmaat om

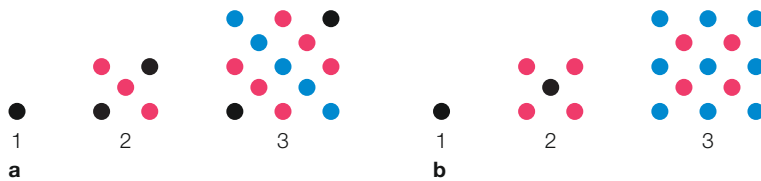
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

te berekenen.



figuur 6.33

6 Hieronder is een rij figuren op twee verschillende manieren gekleurd.



figuur 6.34

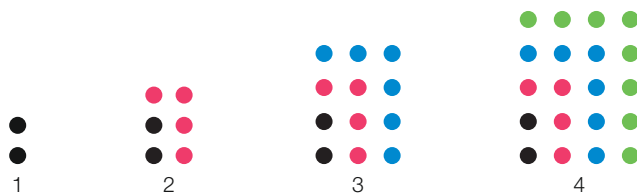
- a Bij figuur 2 hoort  $1 + 3 + 1 = 2^2 + 1^2$ .  
Licht dit toe.
- b Vul in.  
Bij figuur 3 hoort  $1 + 3 + 5 + \dots + \dots = \dots^2 + \dots^2$ .
- c Onderzoek hoe je de optelling  $1 + 3 + 5 + 7 + 5 + 3 + 1$  als som van twee kwadraten kunt schrijven en bereken deze som.

Gebruik bij de volgende vragen de gevonden regelmaat.

- d Wat is het nummer van de figuur waarbij de optelling  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1$  hoort? Bereken de uitkomst ervan.
- e Bereken  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 17 + 15 + 13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1$ .
- f Bereken uit hoeveel stippen figuur 13 bestaat.
- g Vul in.  
Voor het berekenen van het aantal stippen  $a$  van figuur  $n$  bestaat de formule

$$a = \dots^2 + \dots^2$$

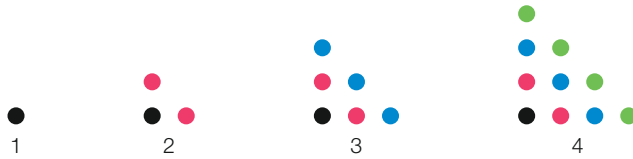
7 Hieronder zijn de eerste vier rechthoeksgetallen uitgebeeld.



figuur 6.35

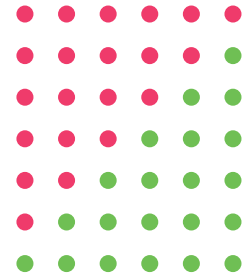
- a Hoe leg je aan een klasgenoot uit wat een rechthoeksgetal is?
- b Vul in.  
Bij figuur 3 hoort  $\dots + \dots + \dots = 3 \cdot 4$ .
- c Bereken de som van de eerste twintig even getallen met een rechthoeksgetal.
- d Schrijf een formule op waarmee je het aantal stippen  $a$  van figuur  $n$  kunt berekenen.

**8** Hieronder zijn de eerste vier driehoeksgetallen uitgebeeld.



figuur 6.36

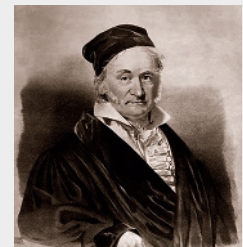
- a Hoe leg je aan een klasgenoot uit wat een driehoeksgetal is?
- b Vul in.  
het derde driehoeksgetal = het tweede driehoeksgetal + .....
- c Het 500<sup>e</sup> driehoeksgetal is 125 250.  
Bereken het 502<sup>e</sup> driehoeksgetal.
- d Onderzoek met de figuur hiernaast hoe je op een handige manier het zesde driehoeksgetal kunt berekenen.
- e Geef een formule waarmee je het aantal stippen  $a$  van het driehoeksgetal met nummer  $n$  kunt berekenen.
- f Bereken  $1 + 2 + 3 + \dots + 999 + 1000$ .



figuur 6.37

### Geschiedenis Carl Friedrich Gauss

Carl Friedrich Gauss (1777-1855) is een van de bekendste wiskundigen aller tijden. Op school viel Carl echter niet alleen op door zijn intelligentie, maar ook door zijn niet altijd vlekkeloze gedrag. Op een dag moest hij van zijn meester, terwijl de rest van de klas buiten ging spelen, als straf in het klaslokaal blijven totdat hij de getallen 1 tot en met 100 had opgeteld. De meester dacht dat de zevenjarige Gauss daar een flinke tijd mee bezig zou zijn, maar Carl gaf binnen enkele ogenblikken het juiste antwoord. Ook jij kunt dat nu, met wat je in opgave 8 hebt ontdekt.



Gauss



# 7

## Meten

Inline-skaten is een tak van de skatesport die is ontstaan uit het rolschaatsen. Vooral in Zuid-Amerika is deze sport razend populair. Ook in Nederland wordt veel geskatet, bijvoorbeeld als zomers alternatief voor het schaatsen.

De enige overdekte wedstrijdskatebaan van Nederland ligt in Heerenveen. De baan is 200 meter lang, en bestaat uit twee rechte stukken en twee halve cirkels. De straal van de binnenbaan is 13 meter, en de breedte van de baan is 7 meter. Met deze gegevens kun je de oppervlakte van de baan berekenen, en de lengte van de rechte stukken.

# Voorkennis Eenheden

## Theorie A Eenheden

Er zijn veel dingen die je kunt meten. Denk bijvoorbeeld aan lengte, tijd, temperatuur en snelheid.

Temperatuur kun je meten in graden Celsius. Zo kun je bijvoorbeeld meten dat de temperatuur in het lokaal  $22^{\circ}\text{C}$  is. Graden Celsius is een eenheid van temperatuur. Lengte kun je meten in centimeter of in meter. Zo kun je bijvoorbeeld meten dat Lobke 161 cm lang is, en Paul 1,58 meter. Centimeter en meter zijn eenheden van lengte.

- 1 Zie de theorie hierboven.  
Geef nog een paar eenheden van lengte.
- 2 Schrijf drie eenheden op die te maken hebben met het meten van
  - a tijd
  - b gewicht
  - c oppervlakte
  - d inhoud
- 3
  - a In de volgende twee zinnen ontbreekt de eenheid.  
Om welke eenheden gaat het?  
'Hij kijkt niet op een tientje meer of minder.'  
'Hij ging met meer dan 80 door de bocht.'
  - b Op de borden I, II, III en IV hieronder ontbreekt ook de eenheid.  
Schrijf van elk bord op om welke eenheid het gaat.



figuur 7.1

- 4 Noteer bij de situaties hieronder steeds de eenheid die er het best bij past.
  - I In de tuin van meneer Gans staat een regenton. Hij vraagt zich af hoeveel water erin zit.
  - II Meneer Gans wil om zijn tuin een hek. Hij wil weten hoeveel hek hij nodig heeft.
  - III Er komen nieuwe graszoden in zijn tuin. Hij wil weten hoeveel hij nodig heeft.




# 7.1 Lengte

## Leerdoelen

- Je kunt lengte-eenheden omrekenen.
- Je kunt rekenen met schaal.

 In dit hoofdstuk mag je de rekenmachine gebruiken.

- 01 Zie figuur 7.2.
-  a Welke eenheid wordt hier gebruikt?
- b Hoeveel meter is het nog naar Utrecht?



figuur 7.2

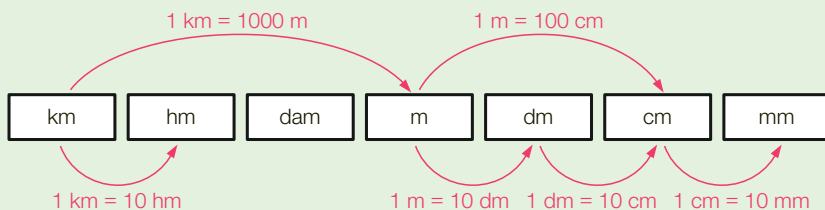
## Theorie A Lengte-eenheden

Hierboven zie je een historische wegwijzer van de ANWB. Het getal achter de plaatsnaam geeft de afstand aan. Deze afstand kun je meten. Iets dat je meet, noem je een **grootheid**. In dit geval is de grootheid afstand gemeten in de **lengte-eenheid** kilometer.

Andere veelgebruikte lengte-eenheden zijn millimeter (mm), centimeter (cm) en meter (m).

Hieronder staan verschillende lengte-eenheden van groot naar klein. Elke stap naar rechts betekent  $\times 10$ , dus  $1 \text{ km} = 10 \text{ hm}$ . Elke stap naar links betekent  $: 10$ , dus  $5 \text{ dm} = 0,5 \text{ m}$ .

LENGTE-EENHEDEN



De internationale standaardeenheid voor afstand is de meter. De lengte-eenheden hierboven zijn daarvan afgeleid. De k in km staat voor 'kilo' en betekent 1000. Dus  $1 \text{ km} = 1 \text{ kilometer} = 1000 \text{ meter}$ .

k = kilo = 1000

da = deca = 10

c = centi = 0,01

h = hecto = 100

d = deci = 0,1

m = milli = 0,001

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
----	----	-----	---	----	----	----

**Elke stap naar rechts betekent  $\times 10$ .**

$$1 \text{ hm} = 10 \text{ dam} \qquad 5,2 \text{ km} = 5200 \text{ m}$$

$$58 \text{ cm} = 580 \text{ mm} \qquad 8,43 \text{ dam} = 843 \text{ dm}$$

**Elke stap naar links betekent : 10.**

$$1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m} \qquad 78,3 \text{ dam} = 0,783 \text{ km}$$

$$826 \text{ hm} = 82,6 \text{ km} \qquad 25 \text{ mm} = 0,025 \text{ m}$$

**Leerdoel** Je kunt lengte-eenheden omrekenen.

**2** Vul de juiste lengte-eenheid in.



- a** De Afsluitdijk is ruim 30 ..... lang.
- b** Een juwelier verkoopt halskettingen met lengten van 35 tot 80 .....
- c** Een voetbalveld is ongeveer 70 ..... breed.
- d** Een juwelier verkoopt ringen met diameters van 12 tot 22 .....

**3** Vul in.



- a** 78 dm = ..... mm    **d** 720 m = ..... km    **g** 8000 cm = ..... m
- b** 7080 mm = ..... m    **e** 8,7 dam = ..... km    **h** 72 m = ..... mm
- c** 8,21 hm = ..... dm    **f** 160 dm = ..... hm    **i** 0,3 m = ..... hm

**4**  $2,7 \text{ hm} + 12 \text{ m} + 3,9 \text{ dam} = 270 \text{ m} + 12 \text{ m} + 39 \text{ m} = 321 \text{ m}$



**\*** Bereken op dezelfde manier.

- a**  $4 \text{ km} + 18 \text{ hm} + 27 \text{ dam} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}$
- b**  $5,2 \text{ km} + 3 \text{ dam} + 16 \text{ m} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ hm}$
- c**  $4,73 \text{ m} + 18 \text{ cm} + 0,3 \text{ dm} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}$
- d**  $8,2 \text{ m} + 32 \text{ dm} + 12 \text{ cm} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}$
- e**  $6,3 \text{ hm} + 21 \text{ dam} + 700 \text{ dm} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ km}$
- f**  $820 \text{ mm} + 7 \text{ cm} + 3 \text{ dm} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}$

**5** Het hoogste gebouw van Nederland is de Maastoren in Rotterdam.



De Maastoren is 165 meter hoog. Bovenop de toren staat een mast.  
De hoogte van het gebouw inclusief de mast is 177,70 meter.  
Hoeveel cm is de lengte van de mast?

- A6**   \* Karen doet aan zwemmen. Ze traint in een 25-meterbad. Maandag zwemt ze 36 baantjes, woensdag zwemt ze 325 meter meer, en vrijdag zwemt ze zes baantjes meer dan woensdag. Hoeveel kilometer zwemt ze in totaal?

- A7** Lees het artikel.



### Hanzelijn

De Hanzelijn is een spoorweg tussen Lelystad en Zwolle. Het dubbelsporige traject is in 2012 in gebruik genomen. De aanleg heeft 1,05 miljard euro gekost. Langs het 45 km lange traject zijn 1600 masten geplaatst. Er zijn 13 000 spoorstaven gebruikt. Om de 80 cm worden de spoorstaven ondersteund door een dwarsligger. De lijn is geschikt voor snelheden tot 200 km per uur. Gemiddeld stappen er 17 000 reizigers per dag in op een van de vier Hanzelijnstations. Daarnaast wordt er jaarlijks 4 miljoen ton vracht over de Hanzelijn vervoerd (1 ton = 1000 kg).

- De masten staan aan beide kanten van de spoorweg. Bereken de gemiddelde afstand tussen twee masten aan dezelfde kant van het spoor.
- Bereken in cm de lengte van een spoorstaaf. Rond af op gehelen.
- Hoeveel dwarsliggers telt het traject?
- Hoeveel personen per jaar stappen in op de Hanzelijnstations? Rond af op honderdduizendtallen.
- Tussen Flevoland en Overijssel rijdt een trein met een snelheid van 100 km per uur door de Drontermeertunnel. Dat duurt 47 seconden. Hoe lang is de tunnel? Rond af op tientallen meters.

**Check** Ik kan lengte-eenheden omrekenen.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L1.



Vul in.

- a** 12 dm = ..... mm    **c** 15,2 dam = ..... dm    **e** 1800 cm = ..... hm  
**b** 1600 cm = ..... m    **d** 3,1 hm = ..... m    **f** 80 m = ..... km



Adam heeft tijdens zijn vakantie in Dubai een sleutelhanger met een model van de Burj Khalifa gekocht. De hoogte van het model is 8,3 cm. De werkelijke hoogte van de Burj Khalifa is 830 m. Vul in.

- De hoogte van het model is ..... keer zo klein als in werkelijkheid.
- 1 cm van het model komt overeen met ..... cm in werkelijkheid.



De Burj Khalifa.

## Theorie B Schaal

De sleutelhanger van de Burj Khalifa in opgave 8 is een model van de werkelijkheid. De **schaal** is  $1 : 10\,000$ . Dat wil zeggen dat 1 cm van het model in werkelijkheid 10 000 cm is. Alle werkelijke afmetingen zijn 10 000 keer zo groot als de afmetingen van het model. Je kunt ook zeggen dat alle afmetingen van het model 10 000 keer zo klein zijn als in werkelijkheid.

Bij schaal  $1 : 25$  zijn alle afmetingen van het model 25 keer zo klein als in werkelijkheid.

**Schaal 1 : 200 betekent dat alle afmetingen in werkelijkheid 200 keer zo groot zijn als in het model.**

**Leerdoel** Je kunt rekenen met schaal.

- 9** Spoorbeheerder ProRail heeft in samenwerking met Miniworld Rotterdam de Hanzelijn in miniatuur nagebouwd op schaal  $1 : 160$ . Onderdeel van de Hanzelijn is de spoorbrug over de IJssel. Hiernaast zie je het schaalmodel van de spoorbrug.

- a** Het schaalmodel is 585 cm lang.  
Hoeveel meter is de brug in werkelijkheid lang?
- b** Hoeveel cm is het schaalmodel van een trein die in werkelijkheid 140 meter lang is?



figuur 7.3

- A10** Madurodam is een miniatuurstad in Den Haag. In Madurodam staan ruim 700 maquettes van gebouwen uit alle delen van Nederland. Alle maquettes zijn gemaakt op schaal  $1 : 25$ .

- a** De Domtoren in Utrecht is 112,5 meter hoog.  
Hoeveel cm hoog is de Domtoren in Madurodam?
- b** In Madurodam is een voetbalstadion nagebouwd. Het voetbalveld is 42 bij 28 dm.  
Wat zijn de afmetingen in meter van het voetbalveld in werkelijkheid?



**A11**

Stanley Park ligt in het centrum van de Canadese stad Vancouver. Het bosrijke park is grotendeels door zee omgeven. Hieronder zie je een kaart van Stanley Park. Op de kaart is een schaallijn getekend.



figuur 7.4

- Geef de schaal van de kaart.
- Hoeveel km is de afstand hemelsbreed tussen Siwash Rock en 9 o'clock Gun? Rond af op één decimaal.
- Jim zwemt met een snelheid van 1,5 km per uur van Prospect Point naar Brockton Point Lighthouse. Hoelang doet hij hierover?

Bij deze opgave mag je meten.



**Check** Ik kan rekenen met schaal.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en maak opgave L2.

**L2** Een model van de Eiffeltoren is gemaakt op schaal 1 : 1600.

- Het model is 20 cm hoog.  
Hoeveel meter is de werkelijke hoogte van de Eiffeltoren?
- De tweede verdieping van de Eiffeltoren bevindt zich op een hoogte van 115 meter.  
Op hoeveel cm hoogte bevindt de tweede verdieping zich in het model? Rond af op één decimaal.

## 7.2 Oppervlakte

### Leerdoelen

- Je kunt van een figuur op roosterpapier de oppervlakte bepalen.
- Je kunt oppervlakte-eenheden omrekenen.
- Je kunt de oppervlakte berekenen van een figuur die te verdelen is in rechthoeken.

- 12  
□◎✱
- Meneer Veenstra gaat op zijn woonkamervloer vierkante tapijttegels van 1 bij 1 meter leggen. De woonkamer is 8 bij 5 meter.
- a Hoeveel tapijttegels heeft hij nodig?  
b Langs de randen van de vloer komen plinten. Hoeveel meter plint heeft hij nodig?

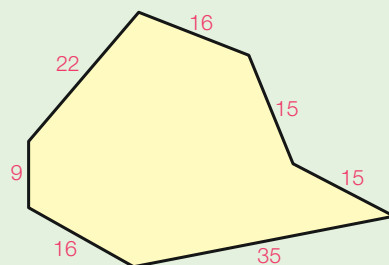


figuur 7.5

### Theorie A Omtrek en oppervlakte

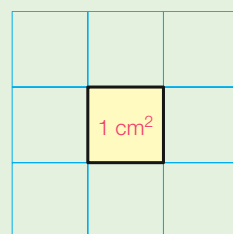
De **omtrek** van een figuur is de lengte van de rand. Zo is de omtrek van de zevenhoek hiernaast  $35 + 15 + 15 + 16 + 22 + 9 + 16 = 128$  mm.

**De omtrek van een figuur is de lengte van de rand.**



figuur 7.6 De afmetingen zijn in mm.

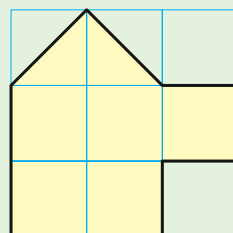
**Oppervlakte** heeft te maken met bedekken. De oppervlakte van een figuur geeft aan hoeveel keer de **oppervlakte-eenheid** erop past. Een veelgebruikte oppervlakte-eenheid is de vierkante centimeter. Notatie:  $\text{cm}^2$ .  $1 \text{ cm}^2$  is de oppervlakte van een vierkant van 1 bij 1 cm.



figuur 7.7

Op de figuur hiernaast passen 5 hele en 2 halve vierkanten van  $1 \text{ cm}^2$ . De oppervlakte is dus  $6 \text{ cm}^2$ .

**De oppervlakte van een figuur geeft aan hoeveel keer de oppervlakte-eenheid erop past.**

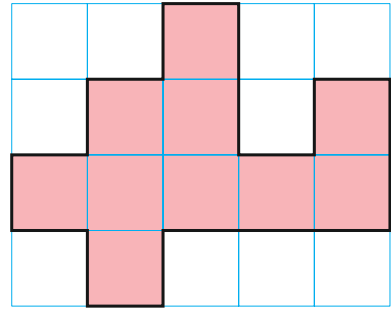


figuur 7.8

**Leerdoel** Je kunt van een figuur op roosterpapier de oppervlakte bepalen.

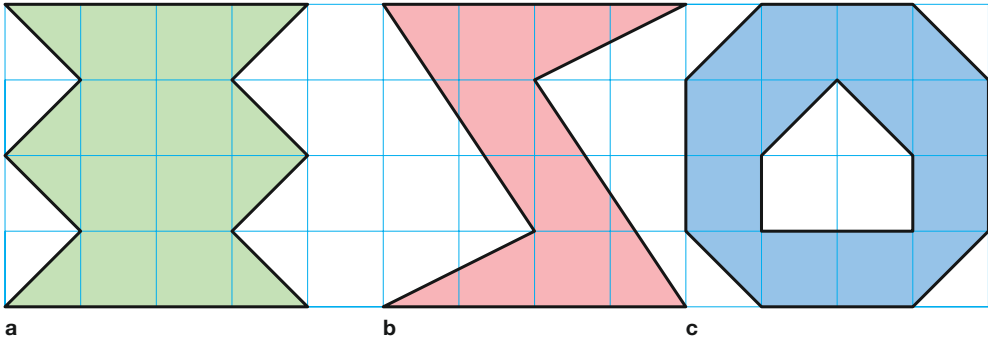
**13** Zie de figuur hiernaast.

- a** Hoeveel  $\text{cm}^2$  is de oppervlakte van de figuur?  
**b** Hoeveel  $\text{cm}$  is de omtrek van de figuur?



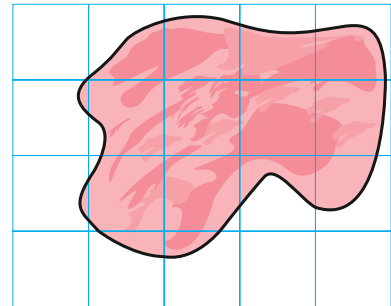
figuur 7.9

**14** Hoeveel  $\text{cm}^2$  is de oppervlakte van de figuren hieronder?



figuur 7.10

**15** Schat hoeveel  $\text{cm}^2$  de oppervlakte van het gebied in de figuur hiernaast is.

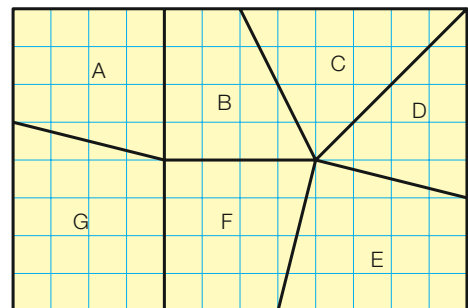


figuur 7.11

**A16** Een rechthoekig stuk land van 120 bij 80 meter is verdeeld in zeven stukken. Zie hiernaast.



- a** Hoeveel  $\text{m}^2$  is de oppervlakte van een roostervierkantje in de figuur hiernaast in werkelijkheid?  
**b** Welk stuk heeft de grootste oppervlakte? Bereken die oppervlakte.  
**c** Bereken de oppervlakte van het kleinste stuk.

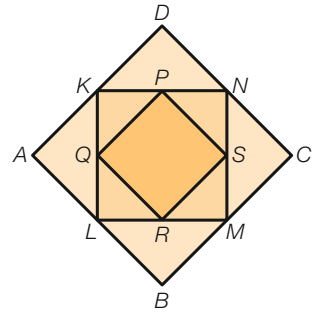


figuur 7.12

**E17** De punten  $K$ ,  $L$ ,  $M$  en  $N$  zijn de middens van de zijden van vierkant  $ABCD$ . De punten  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  en  $S$  zijn de middens van de zijden van vierkant  $KLMN$ . Zie de figuur hiernaast.

Vierkant  $PQRS$  heeft oppervlakte  $6 \text{ cm}^2$ .

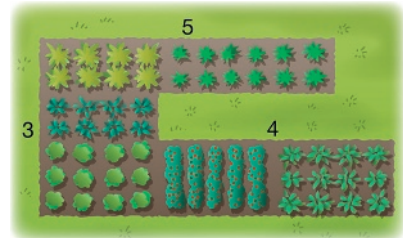
Hoeveel  $\text{cm}^2$  is de oppervlakte van  $ABCD$  meer dan de oppervlakte van  $KLMN$ ?



figuur 7.13

**E18** In de figuur hiernaast zie je de moestuin van mevrouw Tuinman. Alle hoeken in de figuur zijn recht.

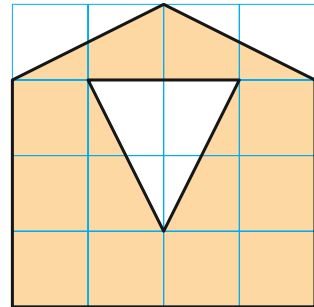
Bereken de omtrek van de moestuin.



figuur 7.14 De afmetingen zijn in meter.

**Check** Ik kan van een figuur op roosterpapier de oppervlakte bepalen. Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L3.

**L3** Hoeveel  $\text{cm}^2$  is de oppervlakte van de figuur hiernaast?

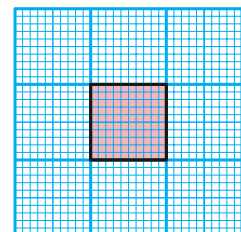


figuur 7.15

**O19** Hiernaast zie je een stukje millimeterpapier. Hierop is een rood vierkant van 1 bij 1 cm getekend.

**a** Hoeveel vierkantjes van 1 bij 1 mm passen in het rode vierkant?

**b** Vul in.  
 $1 \text{ cm}^2 = \dots\dots\dots \text{ mm}^2$



figuur 7.16

## Theorie B Oppervlakte-eenheden

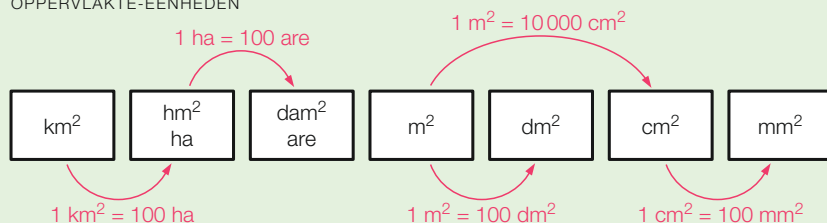
In een rechthoek van 4 bij 3 cm passen precies drie rijen van vier vierkanten van  $1 \text{ cm}^2$ . De oppervlakte is dus  $4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2$ . Dit is een voorbeeld van de volgende regel.

**oppervlakte rechthoek = lengte · breedte**

In opgave 19 heb je gezien dat  $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$ . Dus de oppervlakte van de rechthoek is ook gelijk aan  $1200 \text{ mm}^2$ . Om de oppervlakte-eenheid  $\text{cm}^2$  om te rekenen naar de oppervlakte-eenheid  $\text{mm}^2$ , moet je vermenigvuldigen met 100.

Hieronder staan verschillende oppervlakte-eenheden van groot naar klein.

OPPERVLAKTE-EENHEDEN



**Elke stap naar rechts betekent  $\times 100$ .**

$$1 \text{ km}^2 = 100 \text{ hm}^2$$

$$2,8 \text{ m}^2 = 280 \text{ dm}^2$$

$$0,7 \text{ dm}^2 = 7000 \text{ mm}^2 \quad \text{Twee stappen naar rechts, dus } \times 10000.$$

**Elke stap naar links betekent : 100.**

$$80 \text{ dm}^2 = 0,8 \text{ m}^2$$

$$32,5 \text{ are} = 0,325 \text{ ha}$$

$$3800 \text{ m}^2 = 0,38 \text{ hm}^2 \quad \text{Twee stappen naar links, dus : } 10000.$$



ha = hectare = 100 are

**Leerdoel** Je kunt oppervlakte-eenheden omrekenen.

20



Vul de juiste lengte- of oppervlakte-eenheid in.

- De oppervlakte van Nederland is 41 864 .....
- De oppervlakte van een dienblad is 1480 .....
- De lengte van de Westerscheldetunnel is ruim 6 .....
- Een volkstuin heeft een oppervlakte van 75 .....
- Het Binnenhof in Den Haag is ongeveer 1,75 .....
- De oppervlakte van een postzegel is ongeveer 475 .....



21 Vul in.

- a**  $0,4 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{ cm}^2$     **d**  $33 \text{ km}^2 = \dots\dots\dots \text{ are}$     **g**  $0,35 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{ cm}^2$   
**b**  $34 \text{ mm}^2 = \dots\dots\dots \text{ dm}^2$     **e**  $46 \text{ are} = \dots\dots\dots \text{ ha}$     **h**  $2250 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{ ha}$   
**c**  $0,02 \text{ km}^2 = \dots\dots\dots \text{ m}^2$     **f**  $0,018 \text{ ha} = \dots\dots\dots \text{ m}^2$     **i**  $83 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots \text{ are}$

22  $160 \text{ m}^2 + 1,2 \text{ ha} = 160 \text{ m}^2 + 12\,000 \text{ m}^2 = 12\,160 \text{ m}^2$

\* Bereken op dezelfde manier.

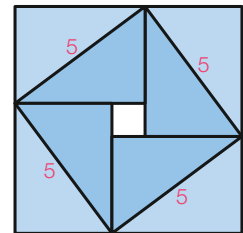
- a**  $50 \text{ cm}^2 + 2,5 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ cm}^2$   
**b**  $2,4 \text{ are} + 0,35 \text{ ha} + 150 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}^2$   
**c**  $80 \text{ mm}^2 + 0,3 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ cm}^2$   
**d**  $2,81 \text{ m}^2 - 260 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ cm}^2$   
**e**  $5 \text{ ha} - 480 \text{ are} + 120 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}^2$   
**f**  $74\,000 \text{ cm}^2 + 300 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}^2$

- 23 **a** Bereken de oppervlakte en de omtrek van een rechthoek van 7 bij 4 cm.  
**b** Bereken de oppervlakte en de omtrek van een vierkant met zijden van 4 cm.  
**c** Bereken de oppervlakte van een vierkant met een omtrek van 48 cm.  
**d** Bereken de omtrek van een vierkant met een oppervlakte van  $100 \text{ cm}^2$ .

Zet de eenheid erbij.



E24 \* Een groot vierkant bestaat uit vier dezelfde rechthoeken en een kleiner vierkant. De diagonalen van de rechthoeken zijn 5 cm lang, en de oppervlakte van het grote vierkant is  $49 \text{ cm}^2$ . Zie de figuur hiernaast. Hoeveel  $\text{cm}^2$  is de oppervlakte van het kleine vierkant?



figuur 7.18

- 25 Ivar heeft een rechthoekige tafel gemaakt met een breedte van 80 cm, een lengte van 150 cm en een hoogte van 75 cm. Om het tafelblad komt een stootrand. De kluswinkel waar Ivar naartoe gaat, verkoopt de stootrand alleen maar in stukken van 2 meter.
- a** Hoeveel van die stukken heeft Ivar nodig?  
**b** Ivar houdt precies genoeg stootrand over voor een vierkant bijzettafeltje. Bereken in  $\text{dm}^2$  de oppervlakte van het tafelblad van dit bijzettafeltje.

26



- a Een 4,8 km lang fietspad is overal 1,5 meter breed. De aanlegkosten zijn 48 euro per  $m^2$ . Bereken de totale kosten.
- b Op een binnenplaats van 12 bij 4,80 meter komen tegels van 60 bij 60 cm. De tegels kosten €8,75 per stuk. Bereken de totale kosten van de tegels.

A27



- a Een rechthoekig stuk land is 285 meter lang en heeft een oppervlakte van 3,42 ha. Het land wordt verdeeld in volkstuintjes die elk 15 bij 30 meter zijn. Hoeveel volkstuintjes passen op het stuk land?
- b Op een akker van 450 bij 140 meter wordt tarwe ingezaaid. Per ha is 160 kg tarwezaad nodig. Het tarwezaad kost 53 euro per zak van 20 kg. Bereken de totale prijs van het tarwezaad.



A28



- In een kelder worden de vier muren en de rechthoekige vloer geschilderd. De vloer is 62 bij 74 dm, en de muren zijn 25 dm hoog. Met een pot verf kan  $8 m^2$  worden geschilderd. Hoeveel potten verf zijn er nodig?

E29



- Mevrouw Tuinman verbouwt aardbeien en boontjes in haar tuin. Vorig jaar was het stuk voor de boontjes een rechthoek. Dit jaar heeft ze de twee korte zijden van dat stuk 3 meter langer gemaakt. Het stuk voor boontjes werd daardoor een vierkant. Het stuk voor aardbeien werd  $15 m^2$  kleiner. Hoeveel  $m^2$  was het stuk voor de boontjes vorig jaar?



figuur 7.19

**Check** Ik kan oppervlakte-eenheden omrekenen.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en maak opgave L4.

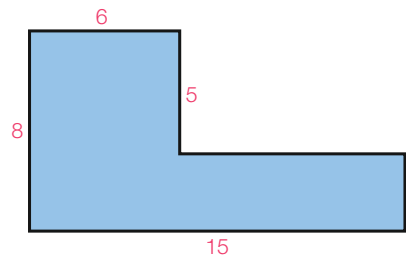
L4

Vul in.

- a  $4 dm^2 = \dots\dots\dots cm^2$     c  $1,5 ha = \dots\dots\dots m^2$     e  $1800 are = \dots\dots\dots km^2$   
 b  $16 dm^2 = \dots\dots\dots m^2$     d  $3000 dm^2 = \dots\dots\dots are$     f  $7,2 mm^2 = \dots\dots\dots dm^2$

**O30** In de figuur hiernaast zijn de afmetingen in cm.  
 Om de oppervlakte te berekenen, kun je de figuur verdelen in twee rechthoeken.

- a** Verdeel de figuur in twee rechthoeken.  
 Wat zijn de afmetingen van deze rechthoeken?
- b** Bereken van elke rechthoek de oppervlakte, en bereken vervolgens de oppervlakte van de gehele figuur.



figuur 7.20

### Theorie C Oppervlakten berekenen

Soms kun je een figuur verdelen in rechthoeken. De oppervlakte van de gehele figuur krijg je dan door de oppervlakten van de afzonderlijke rechthoeken op te tellen. Zie het voorbeeld.

**Leerdoel** Je kunt de oppervlakte berekenen van een figuur die te verdelen is in rechthoeken.

#### Voorbeeld

In de figuur hiernaast zijn de afmetingen in cm.  
 Bereken de oppervlakte van de figuur.

#### Aanpak

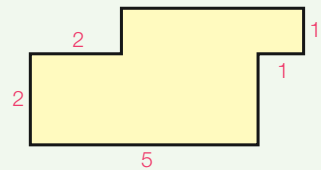
Verdeel de figuur in rechthoeken en zet de benodigde afmetingen erbij.

#### Uitwerking

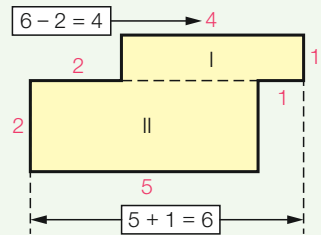
Zie de figuur hiernaast.

$$\begin{aligned} \text{oppervlakte} &= \text{opp. I} + \text{opp. II} \\ &= 4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 \\ &= 4 + 10 = 14 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Zet de eenheid erbij.



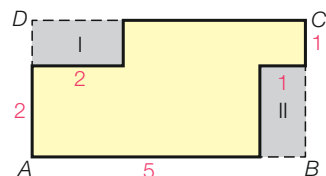
figuur 7.21



**R31** Je kunt de oppervlakte van de figuur uit het voorbeeld ook op een andere manier berekenen.

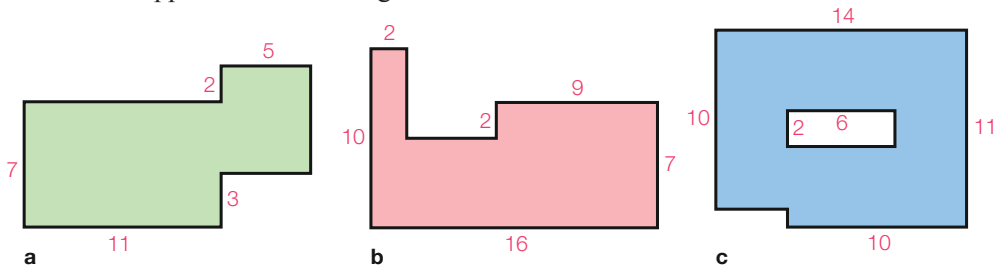
Zie de figuur hiernaast.

- a** Wat is de oppervlakte van rechthoek ABCD?
- b** Welke oppervlaktes moet je hiervan afhalen om de oppervlakte van de gele figuur te krijgen?
- c** Controleer of je op deze manier dezelfde oppervlakte van de gele figuur krijgt.



figuur 7.22

**32** Bereken de oppervlakte van de figuren hieronder.

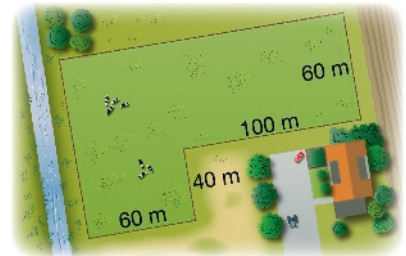


figuur 7.23 De afmetingen zijn in cm.

**33** In de figuur hiernaast zie je het weiland van boer Leo. Om het weiland wordt een afrastering geplaatst.



- a** Hoeveel meter is de lengte van de afrastering?  
**b** Leo wil schapen op het weiland laten grazen. Voor elke vijf schapen moet er vier are beschikbaar zijn. Bereken hoeveel schapen hij op het weiland kan laten grazen.



figuur 7.24

**34** Hiernaast zie je de plattegrond van de benedenverdieping van een huis. In de woonkamer wordt vloerbedekking gelegd. Dat kost 35 euro per  $m^2$ .



- a** Hoeveel kost de vloerbedekking?  
 Langs de rand van de woonkamer komen plinten. De plinten kosten 2,40 euro per meter.  
**b** Hoeveel kosten de plinten? Je hoeft geen rekening te houden met deuren.



figuur 7.25 De afmetingen zijn in meter.

**35** Een schilderij met een lengte van 32,4 cm en een breedte van 28,3 cm zit in een lijst die overall 18 mm breed is. Zie de figuur hiernaast.



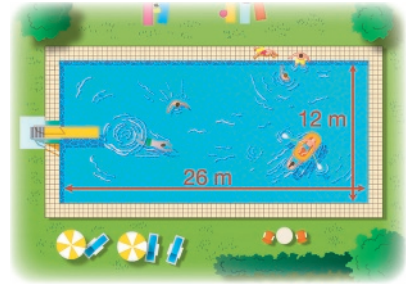
- a** Hoeveel cm is de omtrek van de buitenkant van de lijst?  
**b** Bereken in  $cm^2$  de oppervlakte van de lijst.



figuur 7.26

**A36** Een zwembad is 26 bij 12 meter. Rondom het bad komt een tegelpad dat overal 120 cm breed is. Zie de figuur hiernaast.

- a** Bereken de oppervlakte van het tegelpad.
- b** De tegels zijn 40 bij 40 cm en kosten €0,89 per stuk.  
Bereken de totale kosten van de tegels.



figuur 7.27

**A37** Hiernaast zie je op schaal 1 : 250 de plattegrond van een appartement.

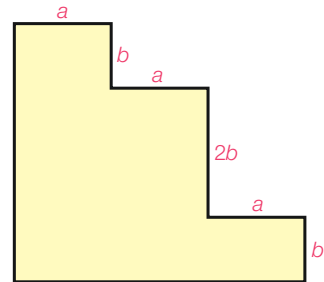
- a** Meet het balkon en bereken de oppervlakte van het balkon in werkelijkheid.
- b** De slaapkamer links heeft een hoogte van 2,40 meter. Tanya gaat in deze kamer de muur achter het bed verven. Met een blikje verf kan ze  $2,6 \text{ m}^2$  verven. Hoeveel blikjes heeft ze nodig?



figuur 7.28 Schaal 1 : 250.

**E38** In de figuur hiernaast zijn  $a$  en  $b$  in cm.

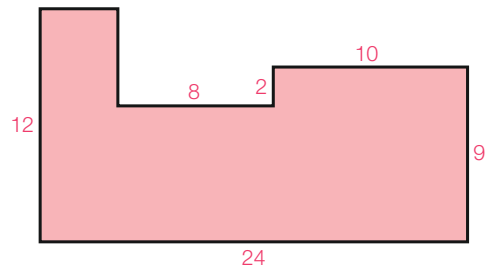
- a** Hoeveel cm is de omtrek van de figuur?
- b** Hoeveel  $\text{cm}^2$  is de oppervlakte van de figuur?



figuur 7.29

**Check** Ik kan de oppervlakte berekenen van een figuur die te verdelen is in rechthoeken. Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie C en maak opgave L5.

**L5** Bereken de oppervlakte van de figuur hiernaast.



figuur 7.30 De afmetingen zijn in cm.

## 7.3 De cirkel

### Leerdoelen

- Je kunt de omtrek van een cirkel berekenen.
- Je kunt de oppervlakte van een cirkel berekenen.

O39



De omtrek van een rond voorwerp kun je opmeten met een draad of een touw. Zie de foto hiernaast.

- Meet op dezelfde manier de omtrek van een rond voorwerp naar keuze. Meet ook de diameter.
- Bereken het quotiënt  $\frac{\text{omtrek}}{\text{diameter}}$  van het door jou gekozen ronde voorwerp.
- Vergelijk je antwoord van vraag b met dat van enkele klasgenoten. Wat valt je op?



figuur 7.31

### Theorie A Omtrek cirkel

Je hebt in opgave 39 gezien dat van een rond voorwerp het quotiënt  $\frac{\text{omtrek}}{\text{diameter}}$  ongeveer 3,14 is. Zou je heel precies kunnen meten, dan krijg je 3,14159... Dit geldt voor elke cirkel. Hieruit volgt de formule **omtrek cirkel = 3,14159... · diameter**.

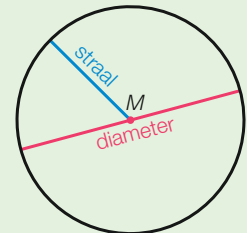
Voor het getal in de formule gebruiken we de Griekse letter  $\pi$ . Dus  $\pi = 3,14159...$ . Spreek  $\pi$  uit als 'pi'. Op de rekenmachine zit de toets  $\pi$ . Ga eens na hoeveel decimalen van  $\pi$  jouw rekenmachine laat zien.

$\pi$

3.141592654

Met  $\pi$  wordt de formule voor de omtrek van een cirkel dus **omtrek cirkel =  $\pi \cdot \text{diameter}$** . Soms weet je van een cirkel de straal. De diameter bereken je met de formule **diameter = 2 · straal**.

**omtrek cirkel =  $\pi \cdot \text{diameter}$**   
**diameter = 2 · straal**



**Leerdoel** Je kunt de omtrek van een cirkel berekenen.



**A45** De wielen van de mountainbike van Christiaan hebben een diameter van 29 inch. Een inch komt overeen met 25,4 mm.



- a** Christiaan maakt een tocht op zijn mountainbike. Bij terugkomst ziet hij op zijn fietscomputer dat hij 30,82 km heeft gereden. Hoeveel keer zijn de wielen tijdens deze tocht rondgedraaid? Rond af op tientallen.
- b** De fabrikant raadt aan de banden na een miljoen omwentelingen te vervangen. Na hoeveel kilometer is dat? Rond af op tientallen.

**A46** In Las Vegas is in 2014 het reuzenrad High Roller gebouwd. Het rad is 176,6 meter hoog en heeft een diameter van 158,5 meter. Er zijn 28 gondels die elk 40 personen kunnen vervoeren. Tijdens de openingstijden draait het rad continu met een snelheid van 30,5 cm per seconde.

Bereken hoeveel mensen er per uur in de High Roller kunnen.

**A47** De ouders van Irene en Janneke hebben een rond zwembad in de tuin. De diameter van het zwembad is elf meter.

Irene zwemt tien rondjes in het zwembad. Ze blijft daarbij steeds een meter van de rand. Over deze tien rondjes doet ze zes minuten. Janneke loopt met Irene mee en blijft daarbij steeds vijftig cm van de rand van het zwembad.

Janneke loopt met een gemiddelde snelheid die hoger is dan de gemiddelde snelheid waarmee Irene zwemt.

Hoeveel kilometer per uur scheelt het? Rond af op twee decimalen.

**E48** Het ananasblik hiernaast heeft een hoogte van 13 cm en een diameter van 10 cm.

Bereken de oppervlakte van het etiket in  $\text{cm}^2$ . Rond af op één decimaal.



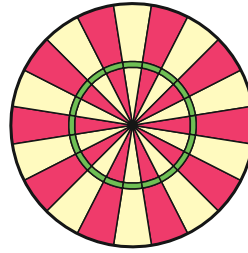
figuur 7.32

**Check** Ik kan de omtrek van een cirkel berekenen.

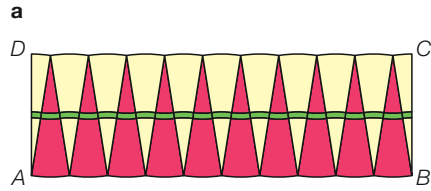
Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L6.

- L6**
- a** Bereken in cm de omtrek van een cirkel met een diameter van 25 cm. Rond af op één decimaal.
- b** Bereken in cm de omtrek van een cirkel met een straal van 25 cm. Rond af op één decimaal.
- c** Bereken in meter de omtrek van een cirkel die een straal heeft van 143 dm. Rond af op gehelen.

Hiernaast zie je een dartbord zonder rand, met 20 sectoren. Je kunt de sectoren los zagen en ze tegen elkaar leggen zoals in de onderste figuur. Je ziet dat één sector doormidden is gezaagd.



- a In  $ABCD$  kun je een bijzondere vierhoek herkennen. Welke?
- b Is  $AD$  iets langer, iets korter of gelijk aan de straal van het dartbord?
- c Volgens Femke is  $AB$  ongeveer de helft van de omtrek van het bord. Ben je het met Femke eens? Waarom?
- d Volgens Femke is de oppervlakte van rechthoek  $ABCD$  ongeveer gelijk aan de oppervlakte van het dartbord. Ben je het met haar eens? Waarom?



**figuur 7.33**

### Theorie B Oppervlakte cirkel

In figuur 7.33 is een cirkel in stukken verdeeld. Met deze stukken is een figuur gelegd die vrijwel de rechthoek  $ABCD$  is.

Van deze rechthoek  $ABCD$  is

- $AD$  de straal van de cirkel
- $AB$  ongeveer de halve omtrek van de cirkel, dus  $AB \approx \pi \cdot \text{straal}$
- opp.  $ABCD = AB \cdot AD \approx \pi \cdot \text{straal} \cdot \text{straal} = \pi \cdot \text{straal}^2$ .

Bedenk dat  
 omtrek cirkel =  $\pi \cdot \text{diameter}$ .

Je kunt zo begrijpen dat **oppervlakte cirkel =  $\pi \cdot \text{straal}^2$** . Weet je van een cirkel de straal, dan kun je met deze formule de oppervlakte berekenen.

**oppervlakte cirkel =  $\pi \cdot \text{straal}^2$**

**Leerdoel** Je kunt de oppervlakte van een cirkel berekenen.

De straal van een cirkel geven we meestal aan met de letter  $r$ .  $r$  komt van radius, wat straal betekent. Je krijgt dan:

- oppervlakte =  $\pi r^2$
- diameter =  $2r$
- omtrek =  $2\pi r$

### Voorbeeld

Van een ronde tafel is de diameter 82,4 cm. Bereken de oppervlakte van het tafelblad in  $\text{cm}^2$ . Rond af op gehelen.

#### *Uitwerking*

straal =  $82,4 : 2 = 41,2 \text{ cm}$   
 oppervlakte =  $\pi \cdot 41,2^2 \approx 5333 \text{ cm}^2$

Bereken eerst de straal, want in de formule oppervlakte cirkel =  $\pi \cdot \text{straal}^2$  komt de diameter niet voor.

50



- a Een cirkel heeft een straal van 8 cm.  
Bereken de oppervlakte in  $\text{cm}^2$ . Rond af op één decimaal.
- b Een cirkel heeft een straal van 27 cm.  
Bereken de oppervlakte in  $\text{cm}^2$ . Rond af op gehele.
- c Bereken in  $\text{m}^2$  de oppervlakte van een cirkel met diameter 173 dm. Rond af op gehele.



Let op de eenheden.

51



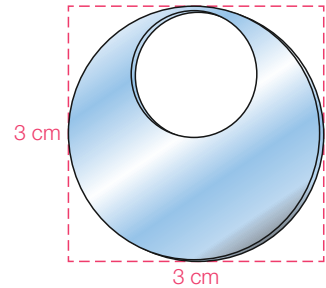
- Een rond meer heeft een diameter van 520 meter.  
Bereken de oppervlakte in ha. Rond af op gehele.

52



Jolien heeft oorbellen maken als hobby. Uit vierkante metalen plaatjes van 3 bij 3 cm maakt zij oorbellen zoals in de figuur hiernaast. De diameter van de kleine cirkel is gelijk aan de straal van de grote cirkel.

- a Bereken de oppervlakte van de oorbel in  $\text{cm}^2$ . Rond af op twee decimalen.
- b Jolien maakt in een week twaalf van deze oorbellen. Hoeveel  $\text{cm}^2$  metaal houdt ze deze week als afval over? Rond af op gehele.

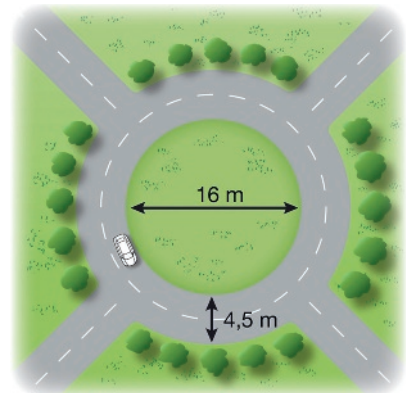


figuur 7.34

53



- Een rotonde bestaat uit een rijbaan met een breedte van 4,5 meter en een cirkelvormig binnengebied met een diameter van 16 meter.
- a Om het binnengebied komt een hek. Hoeveel meter is de lengte van het hek? Rond af op twee decimalen.
- b Het binnengebied wordt ingezaaid met gras. Per  $\text{m}^2$  is 25 gram graszaad nodig. Bereken hoeveel kg graszaad nodig is voor het binnengebied. Rond af op één decimaal.



figuur 7.35

A54



Zie de rotonde hiernaast.

- a Bereken de oppervlakte van de rijbaan op de rotonde in  $\text{m}^2$ . Rond af op één decimaal.
- b Bij wegwerkzaamheden wordt midden op de rijbaan van de rotonde een witte lijn aangebracht. De belijningswagen rijdt met een snelheid van 25 cm per seconde. Hoeveel minuten duurt het aanbrengen van de lijn? Rond af op gehele.

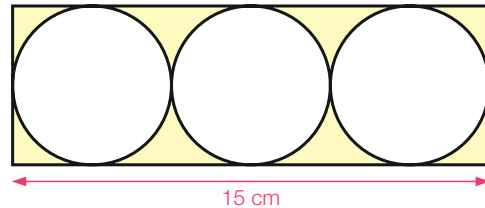
**A55** De inline-skatebaan in de figuur hiernaast bestaat uit rechte stukken en halve cirkels. De straal van de binnenbocht is 13 meter, en de baan is 7 meter breed. De lengte van de baan is 200 meter. Dit is gemeten op 50 cm afstand van de binnenste rand van de baan. Zie de rode lijn in de figuur.



figuur 7.36

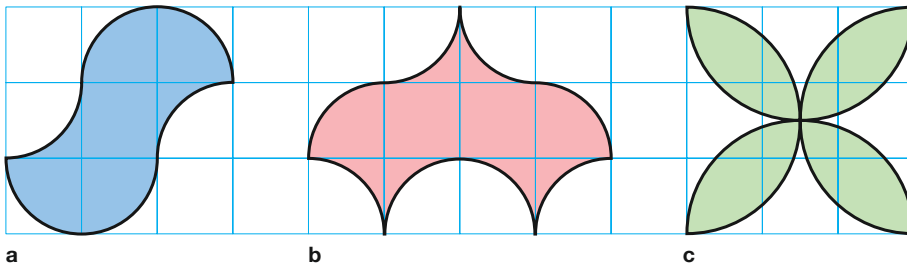
- Bereken in meter de lengte van een recht stuk. Rond af op één decimaal.
- Bereken de oppervlakte van de baan in  $\text{m}^2$ . Rond af op gehelen.

**E56** In de rechthoek met lengte 15 cm in de figuur hiernaast passen precies drie cirkels. Bereken hoeveel procent van de rechthoek geel is gekleurd.



figuur 7.37

**E57** Bereken van elke gekleurde figuur hieronder de oppervlakte in  $\text{cm}^2$ . Rond af op één decimaal.



figuur 7.38

**Check** Ik kan de oppervlakte van een cirkel berekenen.  
Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en maak opgave L7.

- L7**
- Bereken in  $\text{cm}^2$  de oppervlakte van een cirkel met een straal van 40 cm. Rond af op gehelen.
  - Bereken in  $\text{cm}^2$  de oppervlakte van een cirkel met een diameter van 40 cm. Rond af op één decimaal.
  - Bereken in  $\text{m}^2$  de oppervlakte van een cirkel die een straal heeft van 127 dm. Rond af op gehelen.

## 7.4 Inhoud

### Leerdoelen

- Je kunt inhoudseenheden omrekenen.
- Je kunt de inhoud en de oppervlakte van een balk berekenen.

058

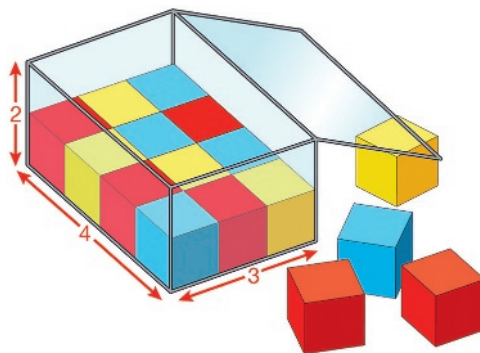


Hiernaast zie je een doosje dat de vorm heeft van een balk. De afmetingen zijn 4 bij 3 bij 2 cm.

Op de bodem staan blokjes in de vorm van kubussen met ribben van 1 cm.

a Hoeveel blokjes staan er op de bodem?

b Hoeveel blokjes heb je nodig om het doosje te vullen?



figuur 7.39 De afmetingen zijn in cm.

### Theorie A Inhoudseenheden

Ruimtefiguren zoals een balk en een kubus hebben een **inhoud**. Inhoud heeft te maken met vullen. De inhoud van een ruimtefiguur geeft aan hoeveel keer de **inhoudseenheid** erin past.

Een veelgebruikte inhoudseenheid is de kubieke centimeter. Notatie:  $\text{cm}^3$ .

$1 \text{ cm}^3$  is de inhoud van een kubus van 1 bij 1 bij 1 cm.

In de balk van opgave 58 passen 24 kubussen van  $1 \text{ cm}^3$ .

De inhoud is dus  $24 \text{ cm}^3$ .

$\text{cm}^3$  spreek je uit als kubieke centimeter.



**De inhoud van een ruimtefiguur geeft aan hoeveel keer de inhoudseenheid erin past.**

Je kunt de inhoud van een balk berekenen met de formule

**inhoud balk = lengte · breedte · hoogte.**

Bij de balk van opgave 58 geeft dit

$\text{inhoud} = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24 \text{ cm}^3$ .

**inhoud balk = lengte · breedte · hoogte**

**Leerdoel** Je kunt de inhoud van een balk berekenen.

Veelgebruikte inhoudseenheden zijn  $m^3$ ,  $dm^3$  en  $cm^3$ .

Ook de liter (l) wordt veel gebruikt.

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

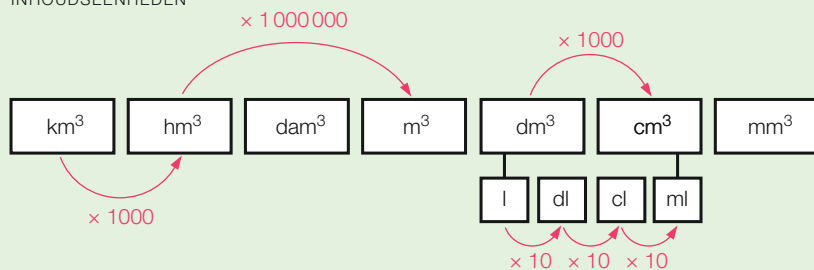
De liter is onder te verdelen in deciliter, centiliter en milliliter.

$$1 \text{ l} = 10 \text{ dl} = 100 \text{ cl} = 1000 \text{ ml}$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ liter}$$

Hieronder staan verschillende inhoudseenheden van groot naar klein.

INHOUDSEENHEDEN



**Leerdoel** Je kunt inhoudseenheden omrekenen.

Voorbeelden

$$3,2 \text{ hm}^3 = 3200 \text{ dam}^3$$

$$800 \text{ hm}^3 = 0,8 \text{ km}^3$$

$$0,08 \text{ m}^3 = 80\,000 \text{ cm}^3$$

$$8,5 \text{ dl} = 85 \text{ cl}$$

$$72 \text{ ml} = 0,72 \text{ dl}$$

$$0,023 \text{ l} = 23 \text{ ml}$$

$$5 \text{ dm}^3 = 5 \text{ l}$$

$$7 \text{ cl} = 0,07 \text{ l} = 0,07 \text{ dm}^3$$

$$70 \text{ cl} = 700 \text{ ml} = 700 \text{ cm}^3$$

**59** Vul in.

**a**  $8 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots \text{ cm}^3$       **e**  $5 \text{ l} = \dots\dots\dots \text{ dl}$

**b**  $5 \text{ m}^3 = \dots\dots\dots \text{ dm}^3$       **f**  $5 \text{ dl} = \dots\dots\dots \text{ l}$

**c**  $6000 \text{ cm}^3 = \dots\dots\dots \text{ dm}^3$       **g**  $3000 \text{ ml} = \dots\dots\dots \text{ l}$

**d**  $90\,000 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots \text{ m}^3$       **h**  $30 \text{ cl} = \dots\dots\dots \text{ dl}$

**60** Vul in.

**a**  $5 \text{ l} = \dots\dots\dots \text{ dm}^3$       **e**  $0,7 \text{ l} = \dots\dots\dots \text{ cm}^3$

**b**  $2 \text{ l} = \dots\dots\dots \text{ cl}$       **f**  $1,5 \text{ dl} = \dots\dots\dots \text{ mm}^3$

**c**  $10 \text{ cm}^3 = \dots\dots\dots \text{ ml}$       **g**  $1700 \text{ cm}^3 = \dots\dots\dots \text{ l}$

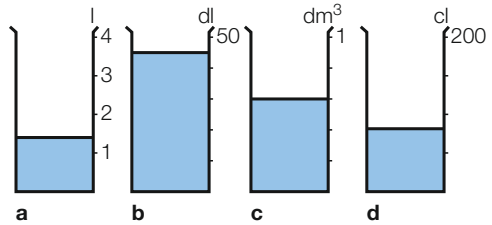
**d**  $0,7 \text{ l} = \dots\dots\dots \text{ cl}$       **h**  $2,55 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots \text{ dl}$

**61**  $12 \text{ dm}^3 + 35 \text{ dl} = 12 \text{ l} + 3,5 \text{ l} = 15,5 \text{ l}$

**\*** Bereken op dezelfde manier.

- a**  $300 \text{ cm}^3 + 2 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ cm}^3$
- b**  $0,2 \text{ dam}^3 + 130 \text{ m}^3 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ dm}^3$
- c**  $2 \text{ dl} + 12 \text{ ml} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ cl}$
- d**  $0,5 \text{ dm}^3 + 32 \text{ cm}^3 + 6 \text{ dl} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ cl}$

**62** In de figuur hiernaast zijn enkele maatbekers gevuld met water. Hoeveel ml zit in elk van de bekers?



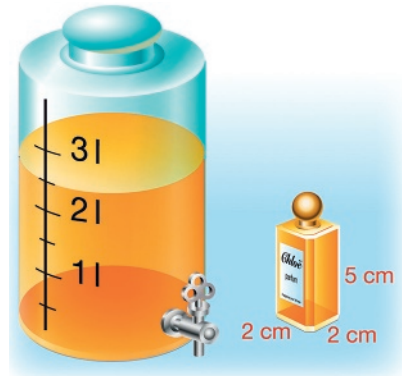
figuur 7.40

**63** Soms wordt de hectoliter (hl) gebruikt, bijvoorbeeld bij vaten wijn.

- a** Wat betekent hecto?
- b** Hoeveel liter gaat er in een hectoliter?
- c** Hoeveel hectoliter gaat er in een  $\text{m}^3$ ?

**A64** Zie de figuur hiernaast.

Hoeveel kleine parfumsflesjes kunnen worden gevuld uit de grote voorraad?



figuur 7.41

**Check** Ik kan inhoudseenheden omrekenen.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L8.

**L8** Vul in.

- a**  $3 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots \text{ cm}^3$
- e**  $1,6 \text{ l} = \dots\dots\dots \text{ cl}$
- b**  $4000 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots \text{ m}^3$
- f**  $15 \text{ ml} = \dots\dots\dots \text{ dl}$
- c**  $12000 \text{ dam}^3 = \dots\dots\dots \text{ km}^3$
- g**  $1,2 \text{ dam}^3 = \dots\dots\dots \text{ l}$
- d**  $3 \text{ cm}^3 = \dots\dots\dots \text{ l}$
- h**  $5500 \text{ cl} = \dots\dots\dots \text{ m}^3$

- 65** Een balk is 1,5 dm lang, 4 cm breed en 5 cm hoog.  
Hoeveel  $\text{cm}^3$  is de inhoud van die balk?

Zet de afmetingen eerst om naar dezelfde eenheid.

- 66** Een zwembad is 9 m lang, 4 m breed en 150 cm diep.  
a Bereken de inhoud van het zwembad in  $\text{m}^3$ .  
b Hoeveel liter is dat?  
c Het zwembad wordt gevuld. Uit de kraan komt 25 liter water per minuut.  
Hoeveel uur duurt het vullen van het zwembad?



- 67** Zie het aquarium in de figuur hiernaast.  
Op de bodem ligt een laag zand van 3 cm.  
Het water staat 5 cm onder de bovenrand.  
a Hoeveel  $\text{dm}^3$  zand zit erin?  
b Hoeveel liter water zit erin?



figuur 7.42

- A68** Voor het bouwrijp maken van een nieuwbouwwijk is  $24\,000 \text{ m}^3$  zand nodig. Het zand wordt aangevoerd met vrachtwagens. De bak van een vrachtwagen is balkvormig en heeft afmetingen van 70 bij 24 bij 14 dm.  
a Hoeveel keer moeten de vrachtwagens rijden om het zand aan te voeren?  
b Per vrachtwagen wordt 42 000 kg zand geladen.  
Hoeveel kg weegt een  $\text{dm}^3$  zand? Rond af op twee decimalen.

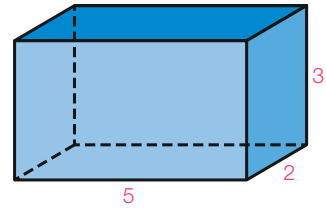
Voor  $1 \text{ m}^3$  zand zijn twaalf kruiwagens nodig.

- c Gaat er in een kruiwagen meer of minder dan 1 hl?  
d Zouden er meer of minder dan 100 000 kruiwagens nodig zijn om  $24\,000 \text{ m}^3$  zand aan te voeren?

- A69** Een balkvormig zwembad is 8 m lang en 5 m breed.  
In het zwembad zit 56 000 liter water.  
Tijdens een regenbui stijgt het water in het zwembad met 15 mm.  
a Hoeveel liter water is er door de bui bijgekomen?  
b Hoe hoog staat het water in het zwembad na de bui?

- E70** Tijdens een plensbui viel er 15 liter water per vierkante meter.  
Hoeveel cm is het waterpeil in een regenton tijdens die bui gestegen?

- 71** Zie de balk hiernaast met lengte 5 cm, breedte 2 cm en hoogte 3 cm.  
 In deze opgave ga je de oppervlakte van de balk berekenen. Hierbij gebruik je:



figuur 7.43 De afmetingen zijn in cm.

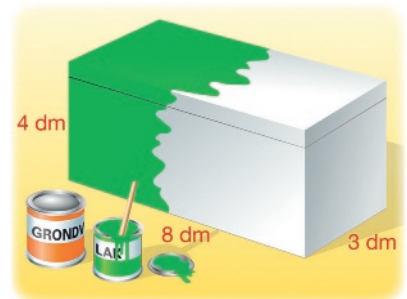
**De oppervlakte van een balk is de oppervlakte van zijn uitslag.**

- Teken een uitslag van de balk.
- Bereken de oppervlakte van de balk door de oppervlakte van de uitslag te berekenen.

- 72** Van een balk zijn de ribben 6 cm, 4 cm en 3 cm.  
 Bereken de oppervlakte van de balk.

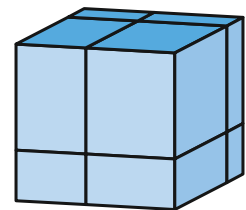
- 73** Een doos zonder deksel heeft de afmetingen lengte 35 cm, breedte 28 cm en hoogte 2 dm.  
 a Bereken de oppervlakte van de doos in  $\text{cm}^2$ .  
 b Bereken de inhoud van de doos in liter.

- A74** De buitenkant van de kist hiernaast krijgt een verfbeurt. Eerst komen er twee lagen grondverf en daarna een laag lakverf op. De boven- en onderkant worden ook geverfd. De verf zit in blikjes die voldoende zijn voor  $0,8 \text{ m}^2$ .  
 a Hoeveel blikjes grondverf en hoeveel blikjes lakverf zijn nodig?  
 b De wanden van de kist zijn 15 mm dik. Bereken de inhoud van de kist in liter. Rond af op één decimaal.



figuur 7.44

- E75** Susan maakt van een kubus acht kleinere balken door de kubus drie keer door te zagen. Daarna deelt ze de totale oppervlakte van de acht balken door de totale oppervlakte van de kubus. Wat krijgt Susan als uitkomst?



figuur 7.45

**Check** Ik kan de inhoud en de oppervlakte van een balk berekenen.  
 Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en opgave 71, en maak opgave L9.

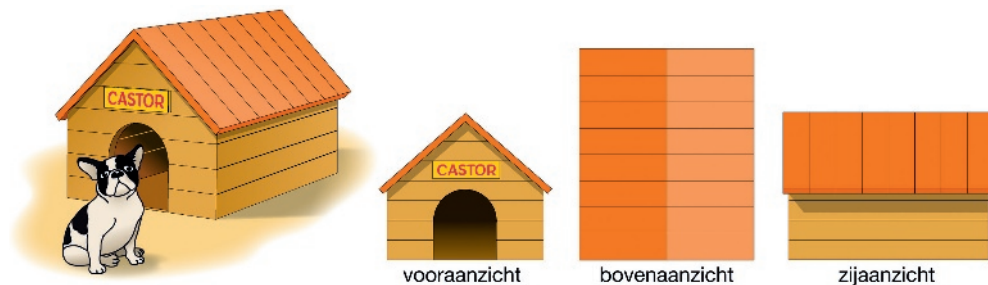
- L9** Een balk is 20 dm lang, 15 dm breed en 40 cm hoog.  
 a Bereken de inhoud van de balk in liter.  
 b Bereken de oppervlakte van de balk in  $\text{dm}^2$ .

## 7.5 Aanzichten

### Leerdoel

- Je kunt werken met aanzichten.

**076** Hieronder zie je links een hondenhok. Daarnaast zie je het hok van voren, van boven en van de zijkant op schaal 1 : 50.



figuur 7.46

- Je kunt nameten dat in het vooraanzicht de hoogte 2,0 cm is. Hoe hoog is het hondenhok in werkelijkheid?
- Het hondenhok wordt aan de onderkant 20 cm ingekort. Welk aanzicht verandert niet?

### Theorie A Aanzichten

In opgave 76 heb je drie **aanzichten** van een hondenhok gezien: het **vooraanzicht**, het **bovenaanzicht** en het **zijaanzicht**.

In het vooraanzicht en in het zijaanzicht kun je de hoogte van het hok meten. De gemeten hoogte is 2,0 cm. De schaal is 1 : 50, dus de werkelijke hoogte is  $50 \cdot 2,0 = 100$  cm, oftewel 1 meter.

Het bovenaanzicht geeft geen informatie over de hoogte van het hok. Je kunt in het bovenaanzicht wel de lengte en de breedte van het hok meten.

De gemeten lengte is 2,8 cm, dus de werkelijke lengte is  $50 \cdot 2,8 = 140$  cm, oftewel 1,4 meter.

De gemeten breedte is 2,3 cm, dus de werkelijke breedte is  $50 \cdot 2,3 = 115$  cm, oftewel 1,15 meter.

**Leerdoel** Je kunt werken met aanzichten.

77

Hieronder zie je een zandbak, met drie aanzichten ernaast.



vooraanzicht



zijaanzicht



bovenaanzicht

figuur 7.47 Schaal 1 : 50.

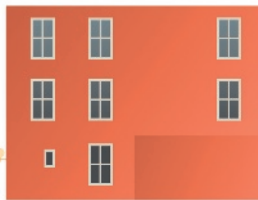
- Hoe hoog is de achterkant van de zandbak?
  - Bereken de oppervlakte in  $\text{dm}^2$  van de achterkant van de zandbak.
- Op de zandbak komt een deksel dat precies op de zandbak past.
- Om de breedte van het deksel te weten te komen, moet je in het zijaanzicht meten.  
Waarom?
  - Bereken de oppervlakte in  $\text{m}^2$  van het deksel. Rond af op één decimaal.

78

Hieronder zie je drie aanzichten van een huis met een garage.



vooraanzicht



zijaanzicht



bovenaanzicht

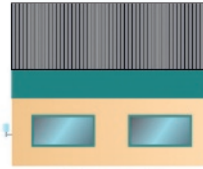
figuur 7.48 Schaal 1 : 300.

- Bereken de oppervlakte van de voordeur van het huis.
- Op het dak van het huis en de garage wordt nieuw dakleer aangebracht. Dat kost 65 euro per  $\text{m}^2$  inclusief arbeid.  
Bereken de totale kosten voor het aanbrengen van het dakleer.
- Bereken in  $\text{m}^3$  de inhoud van het huis en de garage samen. Je hoeft hierbij geen rekening te houden met de dikte van de muren.
- De garagedeur wordt gebeitst.  
Om hoeveel  $\text{m}^2$  gaat het?
- De buitenmuren van de garage worden geschilderd. Een liter verf is genoeg voor  $6 \text{ m}^2$ .  
Hoeveel liter verf is er nodig? Rond af op gehelen.

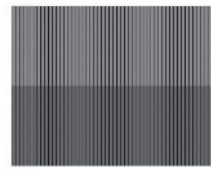
**A79** Hieronder zie je een huis, met drie aanzichten ernaast.



vooraanzicht



zijaanzicht

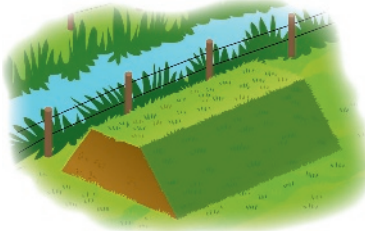


bovenaanzicht

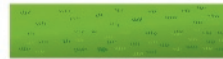
figuur 7.49 Schaal 1 : 300.

- a In de rechter muur zitten twee ramen.  
Bereken de totale oppervlakte van de twee ramen.
- b Bereken de oppervlakte van de rechter muur van het huis.
- c Bereken de oppervlakte van het dak van het huis.

**A80** Hieronder zie je een tuin met een aarden wal en drie aanzichten.



vooraanzicht



zijaanzicht



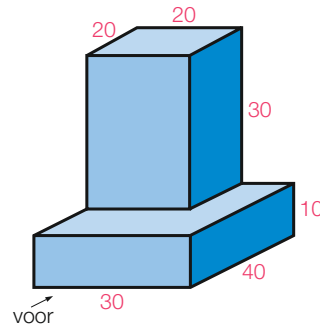
bovenaanzicht

figuur 7.50 Schaal 1 : 150.

Op de aarden wal wordt gras gezaaid. Per  $m^2$  is er 35 gram graszaad nodig. Een kg graszaad kost 18 euro.

Bereken de totale kosten van het benodigde graszaad.

- 81** Teken op schaal 1 : 20 het vooraanzicht, rechter zijaanzicht en bovenaanzicht van het voorwerp hiernaast.



figuur 7.51 De afmetingen zijn in cm.

- A82** Teken het vooraanzicht, zijaanzicht en bovenaanzicht van het huis hiernaast op schaal 1 : 200. Je hoeft geen ramen en deuren te tekenen. De dakkapel zit 1 meter onder de nok van het huis.



figuur 7.52 De afmetingen zijn in meter.

**E83** \* Hiernaast zie je het bovenaanzicht van een bouwwerk van kubussen met ribben van 1 cm. In elk vakje staat het aantal kubussen dat op elkaar gestapeld is.

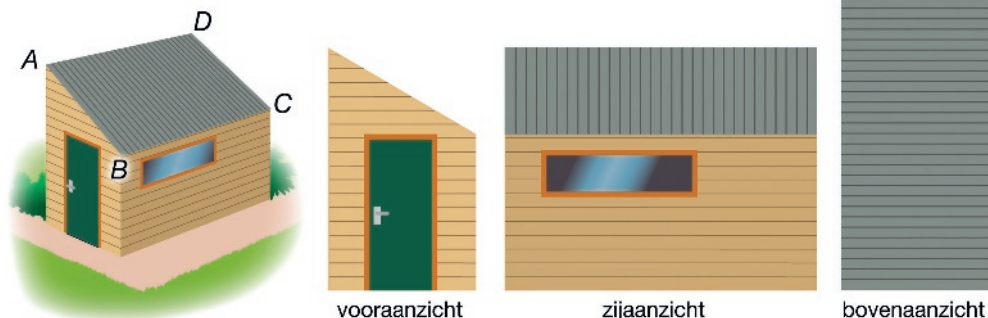
1	3	4	2	1	
4	4	6	2	3	zij
1	1	1	1	2	
					voor

**figuur 7.53** Bij dit bouwwerk horen drie aanzichten.

**Check** Ik kan werken met aanzichten.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L10.

**L10** Hieronder zie je een schuur en ernaast drie aanzichten op schaal 1 : 150.

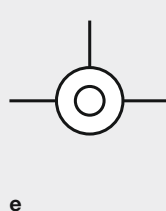
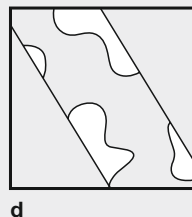
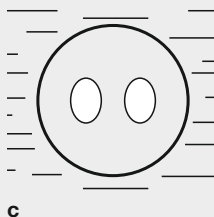
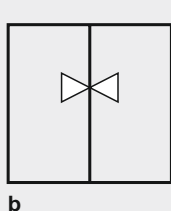
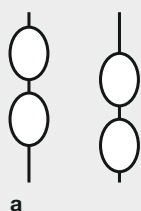
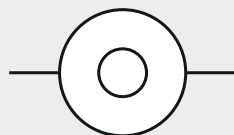


**figuur 7.54** Schaal 1 : 150.

- Meet de hoogte van de deur in het vooraanzicht. Wat is de werkelijke hoogte van de deur?
- Bereken de oppervlakte van het raam van de schuur.
- In welke aanzichten kun je de lengte van  $AB$  opmeten?
- Bereken de oppervlakte van het dak.

### Informatief Droedel

Een droedel is een beeldraadsel waarbij een situatie in een eenvoudige tekening is verborgen. Vaak worden droedels in de vorm van aanzichten gegeven. Een bekende droedel zie je hiernaast. De oplossing is: een Mexicaan op een fiets. Hieronder zie je nog een aantal droedels. Kun jij ze oplossen?



# Gemengde opgaven

**1** Vul in.

- a** 7000 cm = ..... m    **e** 21 ha = ..... m<sup>2</sup>    **i** 4000 l = ..... hl  
**b** 2,4 km = ..... m    **f** 500 000 cm<sup>2</sup> = ..... m<sup>2</sup>    **j** 2,2 l = ..... dm<sup>3</sup>  
**c** 17 m = ..... mm    **g** 6 l = ..... dl    **k** 3 dm<sup>3</sup> = ..... cm<sup>3</sup>  
**d** 3,7 m<sup>2</sup> = ..... dm<sup>2</sup>    **h** 5,2 l = ..... ml    **l** 8 dm<sup>3</sup> = ..... cl

**2** Vul in.

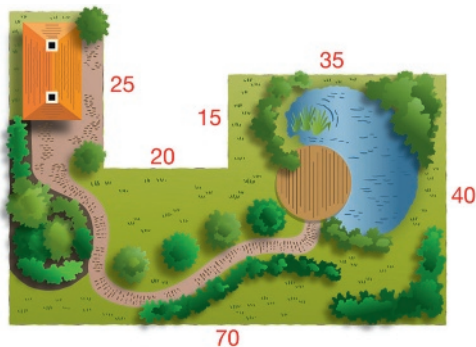
- \* a** 72 dam + 0,3 km + 1700 dm = ..... = ..... m  
**b** 4,8 m<sup>2</sup> + 6052 cm<sup>2</sup> + 38 000 mm<sup>2</sup> = ..... = ..... dm<sup>2</sup>  
**c** 270 ha + 850 are - 750 000 m<sup>2</sup> = ..... = ..... km<sup>2</sup>  
**d** 3600 ml + 0,85 dm<sup>3</sup> + 26 dl = ..... = ..... l  
**e** 2,35 dm<sup>3</sup> + 340 ml + 745 cl = ..... = ..... cm<sup>3</sup>

**3** Een schaalmodel van de Fokker 50 is 63 cm lang. In werkelijkheid

- \* a** is de lengte van het vliegtuig 25,2 meter.  
**a** Bereken de schaal van het model.  
**b** De spanwijdte is de afstand tussen de twee vleugeluiteinden.  
 In werkelijkheid is de spanwijdte van het vliegtuig 29 meter.  
 Hoeveel cm is de spanwijdte van het schaalmodel?

**4** Hiernaast zie je de plattegrond van een

- \* a** perceel.  
**a** Bereken de oppervlakte van het perceel.  
**b** Om het perceel komt een hek met een  
 hoogte van 50 cm.  
 Bereken hoeveel m<sup>2</sup> hek er nodig is.



**figuur 7.55** De afmetingen zijn in meter.

**5** Voor de aanleg van een stuk autoweg in Zeeland is in totaal 300 000 m<sup>3</sup>

- \* a** zand nodig. Een derde deel wordt in drie weken tijd door tien vrachtwagens aangevoerd over een 10 km lange route. De laadbak van een vrachtwagen is 6,4 m bij 25 dm bij 125 cm.  
 Bereken hoeveel keer elke vrachtwagen heen en weer moet rijden.

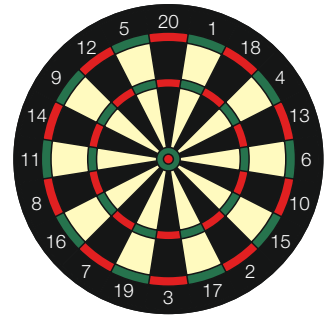
**6** Hiernaast zie je een dartbord. De diameter van het bord is 451 mm. Het deel van het dartbord met scorevlakken heeft een diameter van 34 cm. Buiten de scorevlakken bevindt zich een zwarte rand, waarin getallen staan.



- Bereken de omtrek van het dartbord in cm. Rond af op één decimaal.
- Bereken in  $\text{dm}^2$  de oppervlakte van het deel met scorevlakken. Rond af op twee decimalen.

In het midden van het bord bevindt zich de dubbele bull (rood) met daaromheen de enkele bull (groen). De enkele bull heeft een diameter van 31,8 mm en de dubbele bull heeft een diameter van 12,7 mm.

- De oppervlakte van de enkele bull is groter dan die van de dubbele bull. Hoeveel  $\text{mm}^2$  is het verschil? Rond af op gehele.



figuur 7.56

**7** Een zwembad van 24 bij 15 meter is 2,5 meter diep. Rond het zwembad komt een tegelpad van 120 cm breed. De tegels zijn 30 bij 30 cm en kosten 75 cent per stuk.



- Bereken de totale kosten van de tegels.
- De bodem en de zijkanten van het zwembad worden geschrobd. Hoeveel  $\text{m}^2$  wordt er geschrobd?
- Het zwembad wordt gevuld tot 15 cm onder de rand. Hoeveel liter water komt er in het zwembad?

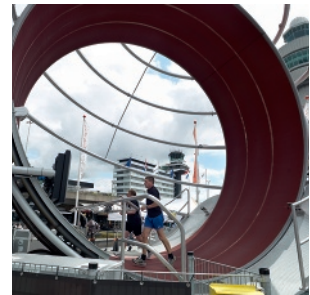


figuur 7.57

**8** Op de foto hiernaast zie je een groot loopwiel. Het loopwiel heeft een diameter van 6,8 meter.



- Marion gaat in het wiel een marathon lopen. Een marathon is 42,195 km lang. Hoeveel keer draait het loopwiel rond als Marion de marathon loopt?
- Stefan loopt 10 km in het loopwiel. Hierbij draait het wiel gemiddeld één keer per 6,5 seconde rond. Hoeveel minuten doet Stefan over de 10 km?



**9** Zie het huis met garage hiernaast.



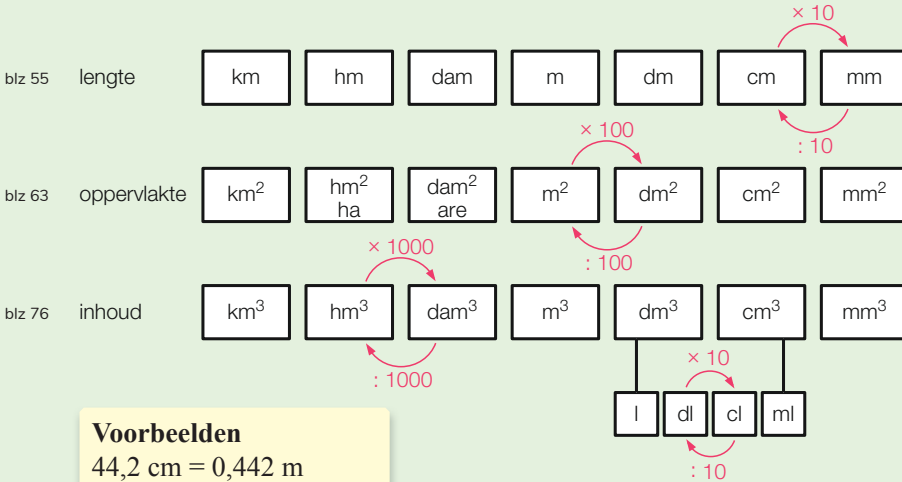
- Teken het voor-, rechter zij- en bovenaanzicht op schaal 1 : 200. Je hoeft geen ramen en deuren te tekenen.
- Bereken in  $\text{m}^2$  de totale oppervlakte van de twee schuine dakdelen en het dak van de garage.



figuur 7.58 De afmetingen zijn in meter.

# Samenvatting

## Eenheden



### 7.1 Lengte

blz 58 Het kaartje van Nederland hiernaast is getekend op schaal 1 : 10 000 000. Dat betekent dat 1 cm op de kaart in werkelijkheid 10 000 000 cm, oftewel 100 km is.

Schaal 1 : 40 betekent dat de afmetingen in werkelijkheid 40 keer zo groot zijn als de afmetingen in het model.

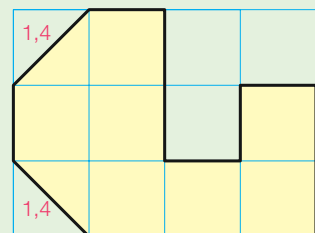


### 7.2 Oppervlakte

blz 60 De omtrek van een figuur is de lengte van de rand. De omtrek van de figuur hiernaast krijg je door de lengten van de lijnstukken die de rand vormen op te tellen. De omtrek is  $1,4 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1,4 + 1 = 14,8$  cm.

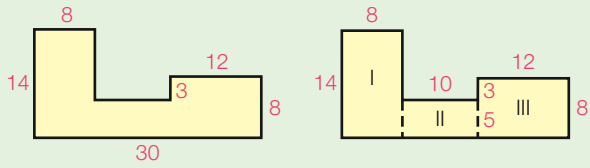
De oppervlakte van een figuur is het aantal keer dat de oppervlakte-eenheid op de figuur past.

Op de figuur hiernaast passen 7 hele en 2 halve vierkanten van 1 cm<sup>2</sup>, dus de oppervlakte is 8 cm<sup>2</sup>.



blz 63 **oppervlakte rechthoek = lengte · breedte**

blz 66 Om de oppervlakte van de figuur hiernaast te berekenen, verdeel je de figuur in rechthoeken.  
 opp. = opp. I + opp. II + opp. III  
 $= 8 \cdot 14 + 10 \cdot 5 + 12 \cdot 8$   
 $= 112 + 50 + 96 = 258 \text{ mm}^2$



De afmetingen zijn in mm.

### 7.3 De cirkel

blz 69, 72

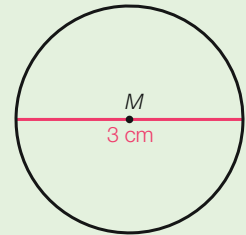
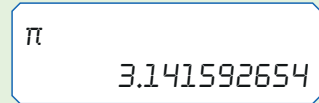
**omtrek cirkel** =  $\pi \cdot \text{diameter}$

**diameter** =  $2 \cdot \text{straal}$

**oppervlakte cirkel** =  $\pi \cdot \text{straal}^2$

Bij berekeningen met  $\pi$  gebruik je de rekenmachine.

Zie de figuur hiernaast. Er geldt:  
 diameter cirkel = 3 cm  
 omtrek cirkel =  $\pi \cdot 3 \approx 9,42 \text{ cm}$   
 straal cirkel =  $3 : 2 = 1,5 \text{ cm}$   
 oppervlakte cirkel =  $\pi \cdot 1,5^2 \approx 7,07 \text{ cm}^2$ .



### 7.4 Inhoud

blz 75

De inhoud van een figuur is het aantal keer dat de inhoudseenheid in de figuur past. Zo is de inhoud van de figuur hiernaast 3  $\text{cm}^3$ .

**inhoud balk** = lengte  $\cdot$  breedte  $\cdot$  hoogte

De inhoud van de balk hiernaast is  $9 \cdot 2 \cdot 3 = 54 \text{ cm}^3$ .

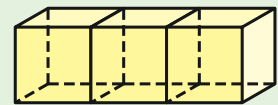
blz 79

De oppervlakte van een balk is de oppervlakte van zijn uitslag.

Een uitslag van de balk hiernaast bestaat uit

- twee rechthoeken, elk met oppervlakte  $9 \cdot 2 = 18 \text{ cm}^2$
- twee rechthoeken, elk met oppervlakte  $9 \cdot 3 = 27 \text{ cm}^2$
- twee rechthoeken, elk met oppervlakte  $2 \cdot 3 = 6 \text{ cm}^2$ .

De oppervlakte van de balk is dus  $2 \cdot 18 + 2 \cdot 27 + 2 \cdot 6 = 102 \text{ cm}^2$ .



Drie blokjes van elk  $1 \text{ cm}^3$ .

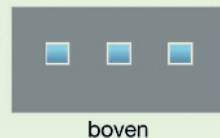
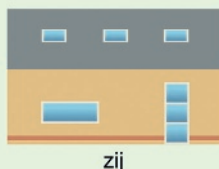


De afmetingen zijn in cm.

### 7.5 Aanzichten

blz 80

In een voor-, zij- en bovenaanzicht zie je hoe je van drie kanten tegen een figuur aankijkt. In de aanzichten kun je afmetingen opmeten. Is de schaal bekend, dan kun je vervolgens de werkelijke afmetingen berekenen.



# Diagnostische toets

## 7.1 Lengte

1 Vul in.

- <sup>1</sup> a 7 m = ..... dm    d 218 cm = ..... m    g 600 mm = ..... cm  
 b 1,6 km = ..... m    e 141,1 cm = ..... mm    h 1875 m = ..... km  
 c 8 m = ..... cm    f 0,1 m = ..... cm    i 0,037 km = ..... m

2 De Westerscheldetunnel verbindt

<sup>2</sup> Zuid-Beveland met Zeeuws-Vlaanderen.  
 Zie het kaartje hiernaast. De schaal is  
 1 : 300 000.

- a Hoeveel km is de lengte van de tunnel?  
 b Verderop is de Westerschelde 2,4 km  
 breed.  
 Hoeveel mm zou dit op de kaart zijn?



figuur 7.59 Schaal 1 : 300 000.

## 7.2 Oppervlakte

3 Vul in.

- <sup>3,4</sup> a  $8 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{ dm}^2$     c  $18 \text{ km}^2 = \dots\dots\dots \text{ ha}$     e  $70 \text{ are} = \dots\dots\dots \text{ dm}^2$   
 b  $5 \text{ ha} = \dots\dots\dots \text{ m}^2$     d  $3000 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots \text{ m}^2$     f  $20\,000 \text{ cm}^2 = \dots\dots\dots \text{ m}^2$

4 Roland is terreinknecht bij een voetbalvereniging.

<sup>5,6</sup> De afmetingen van een veld zijn 100 bij 60 m.

- a Hij zaait dit veld opnieuw in.  
 Hoeveel zakken graszaad moet hij kopen?  
 b Hij kalkt de buitenste lijnen.  
 Hoeveel potten witkalk heeft hij nodig?

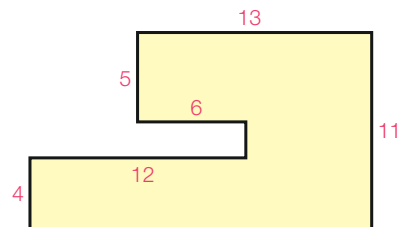
5 Een akker van 6 bij 2,5 hm wordt ingezaaid met

<sup>7</sup> rogge. Per are is 1,2 kg zaad nodig. Het zaad is  
 verkrijgbaar in zakken van 25 kg. Een zak kost  
 €8,25.

Bereken de totale prijs van het roggezaad.

6 Bereken de oppervlakte van de figuur hiernaast.

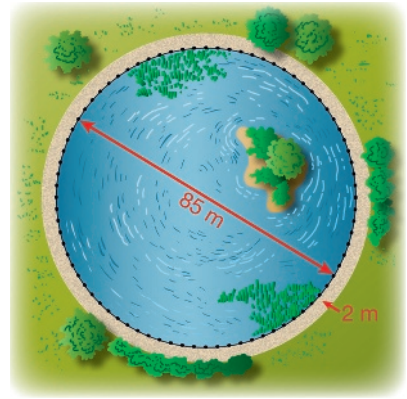
<sup>8</sup>



figuur 7.60 De afmetingen zijn in cm.

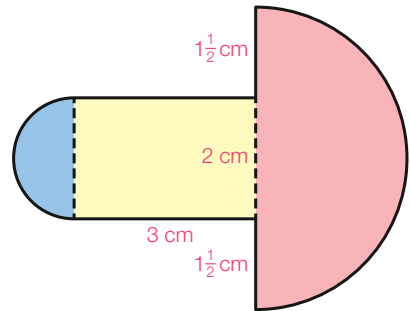
### 7.3 De cirkel

- 7** In een park ligt een ronde vijver met een diameter van 85 meter. Rond de vijver is een hek geplaatst. Verder is om de vijver een voetpad aangelegd. Het voetpad is overal 2 meter breed. Zie hiernaast.
- Bereken hoeveel meter hek er is geplaatst. Rond af op gehelen.
  - Meneer Boomstra wandelt op 1 meter afstand van de vijverrand. Hij legt hierbij twee kilometer af. Hoeveel hele rondjes heeft hij gemaakt?
  - Bereken de oppervlakte van het voetpad in  $m^2$ . Rond af op gehelen.



figuur 7.61

- 8** De figuur hiernaast bestaat uit een rechthoek en twee halve cirkels.
- Bereken de omtrek van de figuur in mm. Rond af op gehelen.
  - Bereken de oppervlakte van de figuur in  $mm^2$ . Rond af op gehelen.



figuur 7.62

### 7.4 Inhoud

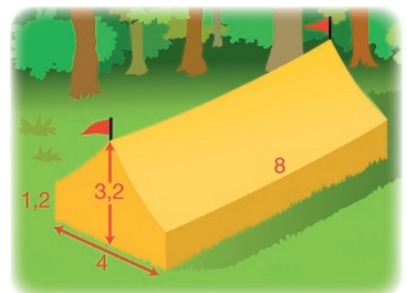
- 9** Vul in.
- 12, 13, 14
- $1,2 \text{ l} = \dots\dots\dots \text{ cl}$
  - $400 \text{ dl} = \dots\dots\dots \text{ l}$
  - $500 \text{ ml} = \dots\dots\dots \text{ l}$
  - $3 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots \text{ l}$
  - $0,4 \text{ m}^3 = \dots\dots\dots \text{ dm}^3$
  - $3 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots \text{ cl}$
  - $300 \text{ cl} = \dots\dots\dots \text{ l}$
  - $3 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots \text{ cm}^3$
  - $2,5 \text{ l} = \dots\dots\dots \text{ ml}$

- 10** Tijdens een hevige regenbui viel er in een half uur 44 mm neerslag. Hoeveel liter water is er tijdens die bui bijgekomen in een zwembad van 50 bij 15 meter?

- 11** Een doos is 2,5 m lang, 2,5 m breed en 8 dm hoog.
- Hoeveel liter is de inhoud van de doos?
  - Hoeveel  $m^2$  is de oppervlakte van de doos?

### 7.5 Aanzichten

- 12** Zie de tent hiernaast.
- Teken op schaal 1 : 200 de drie aanzichten.
  - Bereken in  $m^2$  de oppervlakte van de twee schuine dakheden samen.



figuur 7.63 De afmetingen zijn in meter.

# Herhaling

## 7.1 Lengte

1 Vul in.

a  $3 \text{ m} = \dots \text{ dm}$       g  $1 \text{ dm} = \dots \text{ m}$

b  $6 \text{ m} = \dots \text{ mm}$       h  $825 \text{ dm} = \dots \text{ m}$

c  $1000 \text{ cm} = \dots \text{ m}$       i  $2,7 \text{ cm} = \dots \text{ mm}$

d  $42 \text{ km} = \dots \text{ m}$       j  $45 \text{ mm} = \dots \text{ cm}$

e  $195 \text{ m} = \dots \text{ km}$       k  $400\,000 \text{ cm} = \dots \text{ km}$

f  $0,4 \text{ m} = \dots \text{ cm}$       l  $310 \text{ dam} = \dots \text{ hm}$

$$1 \text{ m} = \begin{cases} 0,001 \text{ km} \\ 0,01 \text{ hm} \\ 0,1 \text{ dam} \\ 10 \text{ dm} \\ 100 \text{ cm} \\ 1000 \text{ mm} \end{cases}$$

2 Hieronder zie je een gedeelte van de wegenkaart van Nederland. De kaart is op schaal 1 : 200 000. Dat wil zeggen dat 1 cm op de kaart in werkelijkheid 200 000 cm is.

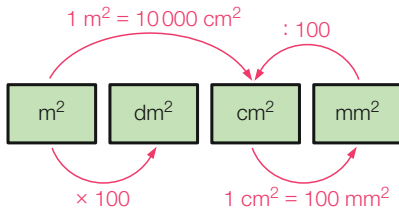


figuur 7.64 De schaal is 1 : 200 000.

- Meet op de kaart hoeveel mm het hemelsbreed van Domburg naar Westkapelle is. Hemelsbreed betekent in een rechte lijn.
- Bereken hoeveel km het hemelsbreed van Domburg naar Westkapelle is. Gebruik hierbij het antwoord van vraag a en de schaal.
- Bereken hoeveel km het hemelsbreed van Veere naar Oostkapelle is.
- De hele kaart van Nederland bestrijkt een gebied dat in werkelijkheid 280 bij 340 km is. Hoeveel cm zijn de lengte en de breedte van die kaart?

## 7.2 Oppervlakte

3



Vul in.

- a  $1 \text{ m}^2 = \dots \text{ dm}^2$       e  $6 \text{ m}^2 = \dots \text{ cm}^2$   
 b  $8,3 \text{ m}^2 = \dots \text{ dm}^2$       f  $0,8 \text{ m}^2 = \dots \text{ cm}^2$   
 c  $720 \text{ dm}^2 = \dots \text{ m}^2$       g  $80 \text{ cm}^2 = \dots \text{ mm}^2$   
 d  $800 \text{ cm}^2 = \dots \text{ dm}^2$       h  $8000 \text{ mm}^2 = \dots \text{ dm}^2$

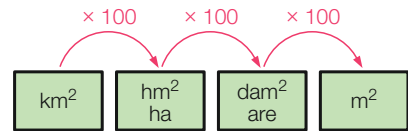
- 4 Een hectare (ha of  $\text{hm}^2$ ) is de oppervlakte van een vierkant van 1 bij 1 hm ( $1 \text{ hm} = 100 \text{ m}$ ).

$1 \text{ ha} = 10000 \text{ m}^2$

$1 \text{ ha} = 100 \text{ are}$

$1 \text{ km}^2 = 100 \text{ ha}$

$1 \text{ are} = 100 \text{ m}^2$



Vul in.

- a  $6 \text{ ha} = \dots \text{ m}^2$       d  $0,2 \text{ ha} = \dots \text{ are}$   
 b  $12 \text{ km}^2 = \dots \text{ ha}$       e  $7000 \text{ are} = \dots \text{ ha}$   
 c  $150 \text{ ha} = \dots \text{ km}^2$       f  $2,5 \text{ km}^2 = \dots \text{ ha}$

- 5 Van rechthoek  $PQRS$  is  $PQ = 15 \text{ dm}$  en  $QR = 7 \text{ dm}$ . De omtrek van een figuur is de lengte van de rand.

- a Bereken de omtrek van de rechthoek.

Je berekent de oppervlakte van een rechthoek met

**oppervlakte rechthoek = lengte · breedte.**

- b Bereken de oppervlakte van rechthoek  $PQRS$ .

Denk eraan in je antwoord de eenheid te vermelden.

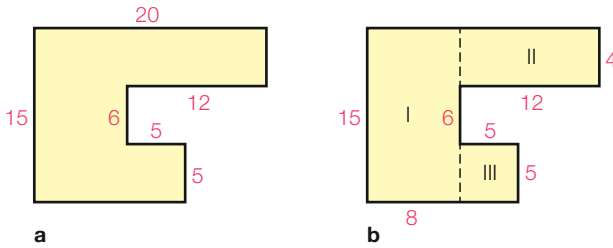


- 6 Mevrouw Plantinga gaat in haar tuin een grasveld aanleggen. Het grasveld wordt 8 bij 6 meter. Ze koopt pakjes graszaad die voldoende zijn voor  $15 \text{ m}^2$ . Hoeveel van die zakjes heeft ze nodig?

- 7 Op een stuk land van 25 bij 18 meter wordt gras ingezaaid. Hiervoor is  $2,4 \text{ kg}$  graszaad per are nodig. Het graszaad is verkrijgbaar in zakken van  $5 \text{ kg}$  die  $35 \text{ euro}$  per stuk kosten.

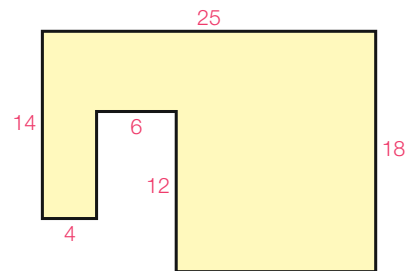
- a Hoeveel  $\text{m}^2$  is de oppervlakte van het stuk land? Hoeveel are is dat?  
 b Hoeveel  $\text{kg}$  graszaad is er nodig? Hoeveel zakken zijn er nodig?  
 c Hoeveel euro kosten de benodigde zakken graszaad samen?

- 8** Om de oppervlakte van de figuur linksonder te berekenen, verdeel je de figuur eerst in rechthoeken. Een mogelijke verdeling zie je rechtsonder. Je krijgt oppervlakte = opp. I + opp. II + opp. III.
- a** Bereken in  $\text{cm}^2$  de oppervlakte van de figuur.



figuur 7.65 De afmetingen zijn in cm.

- b** Bereken in  $\text{cm}^2$  de oppervlakte van de figuur hiernaast.



figuur 7.66 De afmetingen zijn in cm.

### 7.3 De cirkel

- 9** In het centrum van de Engelse stad Ipswich ligt Christchurch Park. Op de foto hieronder zie je de vijver die zich in dit park bevindt. De vijver heeft de vorm van een cirkel. De diameter is 52 meter. De omtrek van een cirkel bereken je met de formule **omtrek cirkel =  $\pi \cdot \text{diameter}$** .

- a** Bereken de omtrek van de vijver in meter. Rond af op gehele.

Om de vijver is een voetpad aangelegd. Mevrouw Aalders wandelt op een afstand van 0,5 meter van de vijverrand over dit voetpad.

De afstand in meter die zij aflegt als zij een rondje wandelt, bereken je met  $53 \cdot \pi$ .

- b** Leg het getal 53 in deze berekening uit.  
**c** Mevrouw Aalders wandelt 1500 meter. Hoeveel hele rondjes heeft zij gemaakt?



**10** De oppervlakte van een cirkel bereken je met de formule

**oppervlakte cirkel** =  $\pi \cdot \text{straal}^2$ .

De cirkelvormige vijver in opgave 9 heeft een diameter van 52 meter.

- a Hoeveel meter is de straal van de vijver?
- b Bereken de oppervlakte van de vijver in  $\text{m}^2$ . Rond af op één decimaal.

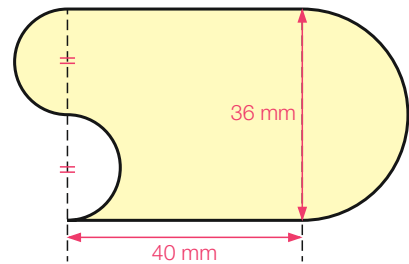
Het voetpad dat om de vijver is aangelegd, is overal 1,5 meter breed.

De vijver en het voetpad samen vormen een cirkel.

- c Hoeveel meter is de straal van deze cirkel?
- d Bereken de oppervlakte van de cirkel in  $\text{m}^2$ . Rond af op één decimaal.
- e De oppervlakte van het voetpad krijg je door gebruik te maken van de antwoorden van de vragen b en d.  
Bereken de oppervlakte van het voetpad in  $\text{m}^2$ . Rond af op gehele.

**11** In de figuur hiernaast zie je een rechthoek en drie halve cirkels.

- a Hoeveel mm is de diameter van de grote cirkel? En hoeveel mm is de diameter van de kleine cirkels?
- b Bereken de omtrek van de figuur in mm. Rond af op één decimaal.
- c Bereken de oppervlakte van de figuur in  $\text{mm}^2$ . Rond af op één decimaal.

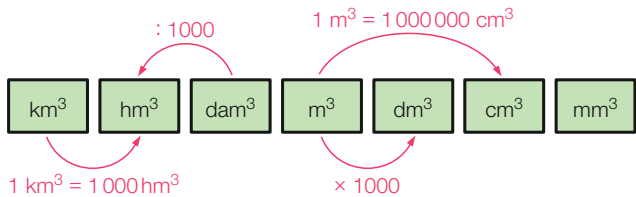


figuur 7.67

**7.4 Inhoud**

**12** Vul in.

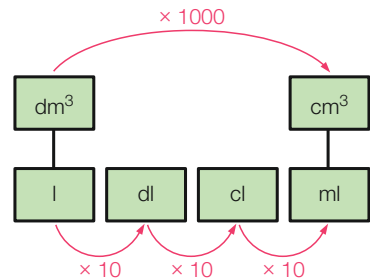
- a  $1 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3$
- b  $1,5 \text{ hm}^3 = \dots \text{ dam}^3$
- c  $820 \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3$
- d  $3 \text{ m}^3 = \dots \text{ cm}^3$
- e  $84 \text{ cm}^3 = \dots \text{ mm}^3$
- f  $12000 \text{ mm}^3 = \dots \text{ dm}^3$



**13** In het schema hiernaast zie je bijvoorbeeld dat 1 liter = 10 dl, 1 dl = 10 cl en 1 liter = 100 cl.

Vul in.

- a  $50 \text{ l} = \dots \text{ dl}$
- b  $0,3 \text{ dl} = \dots \text{ cl}$
- c  $1,4 \text{ l} = \dots \text{ cl}$
- d  $0,7 \text{ l} = \dots \text{ ml}$
- e  $60 \text{ dl} = \dots \text{ l}$
- f  $400 \text{ ml} = \dots \text{ l}$



- 14** In het schema bij opgave 13 op de vorige bladzijde zie je bijvoorbeeld dat  $1 \text{ liter} = 1 \text{ dm}^3$ ,  $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$  en  $1 \text{ dl} = 100 \text{ cm}^3$ .

Vul in.

- a**  $3 \text{ l} = \dots \text{ dm}^3$     **c**  $2 \text{ dm}^3 = \dots \text{ ml}$     **e**  $3000 \text{ ml} = \dots \text{ dm}^3$   
**b**  $5 \text{ l} = \dots \text{ cm}^3$     **d**  $1 \text{ dm}^3 = \dots \text{ dl}$     **f**  $90 \text{ cl} = \dots \text{ dm}^3$

- 15** Een weiland is 80 meter lang en 75 meter breed.

- a** Bereken de oppervlakte van het weiland.  
**b** Door een wolkbreuk is er 40 mm regen op het weiland gevallen.  
 Hoeveel  $\text{m}^3$  water is er op het weiland gevallen?  
 Gebruik dat  $40 \text{ mm} = 0,04 \text{ m}$ .  
**c** Hoeveel liter is dat?

inhoud balk =  
 lengte · breedte · hoogte

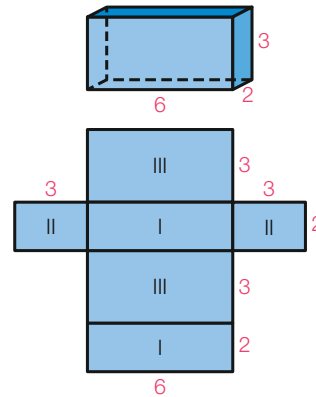
- 16** De oppervlakte van een balk is de oppervlakte van zijn uitslag.

Hiernaast zie je een balk met daaronder een uitslag ervan.

- a** Bereken de oppervlakte van de balk.  
**b** Bereken de inhoud van de balk.

Een balk is 12 cm lang, 8 cm breed en 5 cm hoog.

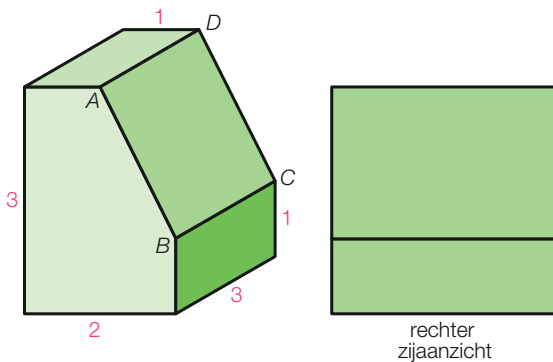
- c** Bereken de oppervlakte van de balk.  
**d** Bereken de inhoud van de balk.



figuur 7.68 De afmetingen zijn in cm.

### 7.5 Aanzichten

- 17** Hieronder zie je een voorwerp met ernaast het rechter zijaanzicht.



figuur 7.69

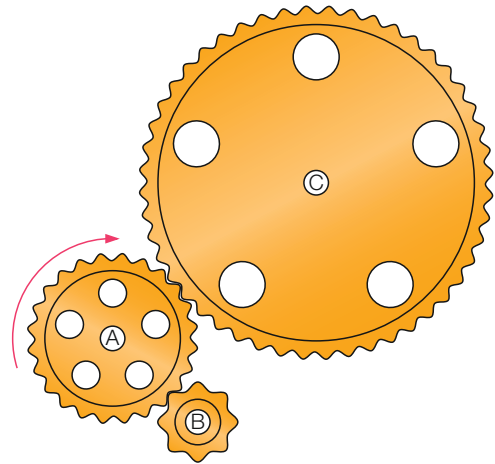
- a** Teken het vooraanzicht, het linker zijaanzicht en het bovenaanzicht.  
**b** Welk aanzicht heb je nodig om de lengte van ribbe  $AB$  te weten te komen?  
**c** Bereken de oppervlakte van rechthoek  $ABCD$ .

# Onderzoek Fietsen

Tandwielen worden gebruikt om bewegingen over te brengen. Je komt tandwielen tegen in bijvoorbeeld analoge horloges, blikopeners en molens. Ook op fietsen zitten tandwielen. Je gaat onderzoeken hoe tandwielen een rol spelen bij de overbrenging van de trapbeweging en bij het verzet waarmee je fietst.

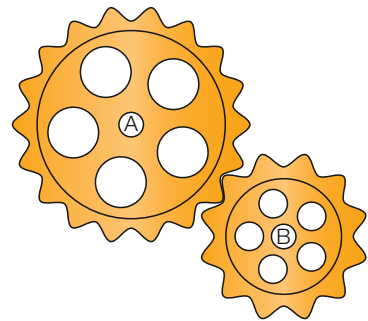


- 1** Zie de figuur hiernaast.  
Tandwiel A draait met de klok mee.
- a** Draait tandwiel B met de klok mee of tegen de klok in? En tandwiel C?
  - b** Tandwiel A draait één keer rond. Hoeveel keer draait tandwiel B rond?
  - c** Tandwiel C draait één keer rond. Hoeveel keer draait tandwiel A rond?



figuur 7.70

In de figuur hiernaast heeft tandwiel A achttien tanden en heeft tandwiel B twaalf tanden. Als tandwiel A één keer ronddraait, dan draait tandwiel B dus  $\frac{18}{12} = 1,5$  keer rond. Het getal 1,5 heet de overbrenging van tandwiel A op tandwiel B.



figuur 7.71

- 2** De overbrenging van tandwiel A op tandwiel B is 5.
- a** Tandwiel A draait 7 keer rond. Hoeveel keer draait tandwiel B rond?
  - b** Tandwiel B draait 40 keer rond. Hoeveel keer draait tandwiel A rond?
  - c** De overbrenging van tandwiel C op tandwiel D is 2,5. Tandwiel D draait 15 keer rond. Hoeveel keer draait tandwiel C rond?
  - d** De overbrenging van tandwiel E op tandwiel F is 0,3. Tandwiel F draait 15 keer rond. Hoeveel keer draait tandwiel E rond?

**3** Op een gewone fiets zonder versnellingen zit op de trapas een tandwiel met 48 tanden. Op de achteras zit een tandwiel met 18 tanden.

- a Neem aan dat je 120 keer rond trapt. Hoeveel keer draait het achterwiel rond?
- b Het achterwiel draait 96 keer rond. Hoe vaak is er rond getrapt?



De diameter van het achterwiel is 27 inch.

1 inch = 2,54 cm

- c Frank trapt 1000 keer rond. Hoeveel meter heeft hij gefietst?
- d Frank heeft 10 km gefietst. Hoeveel keer heeft hij rond getrapt?

**4** De afstand die een fiets aflegt bij één keer rondtrappen, heet het *verzet* van de fiets.

Vul in de tabel hieronder het verzet in meter in. Rond af op twee decimalen.

tandwiel trapas	tandwiel achteras	diameter achterwiel	verzet
45 tanden	18 tanden	29 inch	.....
36 tanden	16 tanden	24 inch	.....
24 tanden	28 tanden	25 inch	.....

**5** In 1988 deed de Italiaanse wielrenner Francesco Moser een poging om het werelduurrecord te verbeteren. In een uur tijd legde hij 50 kilometer en 644 meter af. Hij deed dat op een bijzondere fiets. Het tandwiel op de trapas had 47 tanden en op de achteras 17 tanden. Het achterwiel had een diameter van maar liefst 41 inch.

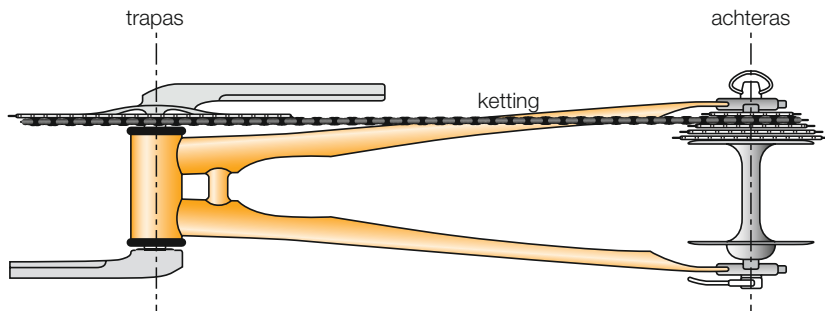
- a Bereken het verzet van de fiets van Moser.
- b Hoeveel keer heeft hij in dat uur de trappers rondgedraaid? Hoeveel keer trapte hij per minuut?
- c Als op de fiets van Moser een gewoon achterwiel met een diameter van 27 inch had gezeten en hij net zo vaak had rond getrapt als tijdens zijn recordpoging, welke afstand zou hij dan in een uur hebben afgelegd?



De fiets van Moser.

- 6** Is in de volgende situaties sprake van evenredig, omgekeerd evenredig of geen van beide?
- Het verzet en de diameter van het achterwiel.
  - Het verzet en het aantal tanden op de trapas.
  - Het verzet en het aantal tanden op de achteras.
  - Het verzet en de overbrenging.
  - De overbrenging en het aantal tanden op de achteras.

Bij een racefiets zitten op de trapas meestal twee tandwielen en op de achteras tien tandwielen. Op de fiets zit een derailleur die de ketting van het ene naar het ander tandwiel laat springen. Daardoor kan de fietser een ander verzet kiezen. Fiets je een heuvel af of heb je de wind in de rug, dan kies je voor een groot verzet.



figuur 7.72

- 7** Ga in deze opgave uit van een racefiets met
- wielen met een diameter van 28 inch
  - op de trapas twee tandwielen, één met 34 en één met 50 tanden
  - op de achteras tien tandwielen met achtereenvolgens 11, 12, 13, 14, 15, 17, 19, 21, 24 en 28 tanden.
- Een wielrenner rijdt  $50 \times 14$ .  
Wat betekent  $50 \times 14$ , denk je? Bereken het bijbehorende verzet.
  - Een wielrenner beklimt de Cauberg in Limburg. Hij schakelt naar  $34 \times 15$ .  
Met welk verzet rijdt hij de Cauberg op?
  - Een wielrenner rijdt met het grootste verzet. Hij trapt daarbij 70 keer per minuut rond.  
Met welke snelheid in km per uur rijdt de wielrenner?
  - Een wielrenner rijdt met het kleinste verzet. Hij trapt daarbij 85 keer per minuut rond.  
Met welke snelheid in km per uur rijdt de wielrenner?
  - Een wielrenner rijdt met een snelheid van ongeveer 31,6 km per uur. Hij trapt hierbij 90 keer per minuut rond.  
Onderzoek met welke tandwielen hij rijdt.



A photograph of two men in a field. One man is wearing a blue shirt and a cap, looking towards the other man who is wearing a blue polo shirt. They are standing in a field with tall grass and some trees in the background. A large teal hexagonal shape is overlaid on the right side of the image, containing the number 8 and the title 'Herleiden en machten'.

# 8

## Herleiden en machten

Wil je iets op het internet opzoeken en tegelijkertijd een steentje bijdragen aan een duurzame wereld? Gebruik dan de zoekmachine Ecosia. Het bedrijf achter deze zoekmachine, dat in 2009 werd opgericht, schenkt 80% van zijn winst aan de bescherming van het regenwoud. Dit gebeurt in samenwerking met het Wereld Natuur Fonds. Ook waren er dankzij Ecosia in maart 2021 in totaal al meer dan 120 000 000 bomen aangeplant in landen over de hele wereld. Dit grote getal schrijf je in de wetenschappelijke notatie als  $1,2 \cdot 10^8$ .

# Voorkennis Rekenen met letters

## Theorie A Herleiden

Bij het herleiden van producten zoals  $-3y \cdot 2x$  ga je als volgt te werk.

- Vermenigvuldig de getallen en zet de uitkomst vooraan.
- Zet de letters er in alfabetische volgorde achter en laat alle vermenigvuldigingspunten weg.

Dus  $-3y \cdot 2x = -6xy$ .

Verder is

$$50c \cdot -0,5a \cdot -b = 25abc$$

Bedenk dat  $-b = -1 \cdot b$ .

$$9a \cdot -3a = -27a^2$$

Bedenk dat  $a \cdot a = a^2$ .

$$-2x \cdot -y \cdot -5x = -10x^2y$$

In de som  $3a + 2a$  zijn  $3a$  en  $2a$  gelijksoortige termen.

Gelijksoortige termen kun je samennemen, dus  $3a + 2a$  kun je herleiden tot  $5a$ .

Verder is  $7a - 3a = 4a$ ,  $a - 4a = -3a$  en  $8pq - 3pq = 5pq$ .

Maar  $3a + 2b$  kun je niet herleiden, want  $3a$  en  $2b$  zijn niet gelijksoortig.

$3a + 2a = 5a$   
 $3a + 2b$  kan niet

1 Herleid.

a  $5a \cdot 4b$

c  $-2yz \cdot -3x$

e  $-3z \cdot -y \cdot 7x$

b  $-3b \cdot 4a$

d  $5a \cdot 6c \cdot -b$

f  $-m \cdot -1 \cdot -n$

2 Herleid.

a  $12x \cdot 3x$

c  $-7e \cdot -e$

e  $-2a \cdot -3b \cdot 2a$

b  $-9a \cdot 2a$

d  $4x \cdot 2y \cdot x$

f  $2 \cdot -x \cdot -6xy$

3 Herleid.

a  $7a + 8a$

c  $7a + a$

e  $a - 7a$

b  $7a - 8a$

d  $7a - 7a$

f  $a + 7$

4 Herleid.

a  $3ab + 7ab$

c  $ac - 2ac$

e  $-ab + 3ab + 5ab$

b  $-3ab + 7ac$

d  $10abc - 10abc$

f  $3ac - 4ac + 2ac$

5 Herleid.

a  $2a + 3b + 5a + 4b$

c  $3x - y + 5y - 4x$

b  $4x + 2 + x - 6$

d  $-m + n - 3m - 6n$

$$2a + 7b - 3a - 5b = -a + 2b$$

# 8.1 Herleiden

## Leerdoel

- Je kunt de rekenvolgorde toepassen bij herleiden.

**O1** Je weet dat  $3 + -5 = 3 - 5 = -2$  en  $3 - -5 = 3 + 5 = 8$ .

**O** En zo is  $3x + -5x = 3x - 5x = -2x$  en  $3x - -5x = 3x + 5x = 8x$ .

Herleid.

**a**  $6a + -2a$

**c**  $-7p + -p$

**e**  $7p + -8p$

**b**  $6a - -2a$

**d**  $-7p - -7p$

**f**  $-5x - -5x$

**O2** Herleid.

**a**  $4 \cdot 3a$

**b**  $5 \cdot 2a$

**c**  $4 \cdot 3a + 5 \cdot 2a$

## Theorie A Herleiden en de rekenvolgorde

In  $4 \cdot 3a + 5 \cdot 6a$  heb je te maken met een som die bestaat uit de termen  $4 \cdot 3a$  en  $5 \cdot 6a$ .

Let bij het herleiden goed op de rekenvolgorde: eerst vermenigvuldigen en dan optellen.

Dus  $4 \cdot 3a + 5 \cdot 6a =$

$$12a + 30a = 42a$$

Eerst vermenigvuldigen.

Dan gelijksoortige termen samennemen.

Zo is  $3a \cdot 2b - 8a \cdot -b =$

$$6ab - -8ab =$$

$$6ab + 8ab = 14ab$$

Verder is  $3a \cdot 2b + 5a \cdot 3c =$

$$6ab + 15ac$$

Verder herleiden kan niet, want  $6ab$  en  $15ac$  zijn niet gelijksoortig.

$$\underbrace{4 \cdot 3a + 5 \cdot 6a}_{\text{som}}$$

term      term

**Leerdoel** Je kunt de rekenvolgorde toepassen bij herleiden.

## Voorbeeld

Herleid.

**a**  $5 \cdot 3a + 8 \cdot 4a$

**b**  $4x \cdot 2y + 3x \cdot -3y =$

**c**  $-3 \cdot a - 5 \cdot -2b$

*Uitwerking*

**a**  $5 \cdot 3a + 8 \cdot 4a =$

$$15a + 32a = 47a$$

**b**  $4x \cdot 2y + 3x \cdot -3y =$

$$8xy + -9xy =$$

$$8xy - 9xy = -xy$$

**c**  $-3 \cdot a - 5 \cdot -2b =$

$$-3a - -10b =$$

$$-3a + 10b$$

**3** Herleid.



**a**  $5 \cdot 2b + 10 \cdot 3b$   
**b**  $-5 \cdot 2b + 3 \cdot b$

**c**  $8 \cdot -2b - 5 \cdot 3b$   
**d**  $5a \cdot 2b - 2a \cdot b$

**e**  $5a \cdot 3b - 2a \cdot c$   
**f**  $-8a \cdot 3 - 5 \cdot -3a$

**4** Herleid.



**a**  $3 \cdot 2x + 4 \cdot 2x$   
**b**  $5 \cdot 3y - 8 \cdot 2y$

**c**  $5x \cdot 2y - 15x \cdot y$   
**d**  $3x \cdot 2z - 5x \cdot 2y$

**e**  $-4 \cdot 2x - 8 \cdot 6$   
**f**  $-4 \cdot 2x - 8x \cdot -3$

**5** Let op het verschil tussen  $3a \cdot 2b + 4a \cdot 3b$  en  $3a + 2b + 4a + 3b$ .



**som van twee producten**

$$3a \cdot 2b + 4a \cdot 3b =$$

$$6ab + 12ab = 18ab$$

**som van vier termen**

$$3a + 2b + 4a + 3b = 7a + 5b$$

Herleid.

**a**  $2 \cdot 3x + 5 \cdot 2x$   
**b**  $2 + 3x + 5 + 2x$

**c**  $2 \cdot 3x + 5 + 2x$   
**d**  $-3 \cdot 2x + 5x - 2x$

**e**  $-3 + 2x + 5 - 2x$   
**f**  $-3 \cdot 2x - 5 \cdot 2x$

**A6** Herleid.



**a**  $3 \cdot 4a + 5 \cdot 2a$   
**b**  $-3a \cdot 4b + 2a \cdot -3b$

**c**  $-3a - 3b + 2a - 3b$   
**d**  $-3a \cdot -3b + 2a \cdot -3b$

**e**  $5x \cdot 3y - 3x + 2y$   
**f**  $5 \cdot 3y - 3x \cdot -2y$

**A7** Vul in.



**a**  $4a + \dots = 16a$   
**b**  $17a - \dots = 16a$

**c**  $8 \cdot \dots = 16a$   
**d**  $3xy + \dots = 8xy$

**e**  $2x \cdot 3y + 3x \cdot \dots = 18xy$   
**f**  $-2x \cdot \dots + x \cdot 2y = 8xy$

**A8** Herleid.



**a**  $6a \cdot -2b - 2b \cdot -a + 5a \cdot -2b$   
**b**  $3a - 2b - 2b \cdot -a + 5a \cdot -2b$   
**c**  $3a - 2b - 2b - a + 5a - 2b$

**E9** Bedenk vijf herleidingen die als uitkomst  $12ab$



hebben. Er moeten vermenigvuldigingen, optellingen en aftrekkingen bij zijn. Laat een klasgenoot de opgaven controleren.



**E10** Herleid.



**a**  $5a \cdot (7b - 2b) + 10ab$   
**b**  $-6p \cdot 2q - 7 \cdot (p - 5p) + 5p \cdot -2q$   
**c**  $-3x \cdot 4y - (2xy + 8xy) : 2$

**Check** Ik kan de rekenvolgorde toepassen bij herleiden.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L1.

**L1** Herleid.

**a**  $5 \cdot 2a + 7 \cdot 3a$

**b**  $3b \cdot 4d - 8d \cdot -5b$

**c**  $-2 \cdot 9c - 5 \cdot 7$

# 8.2 Haakjes wegwerken

## Leerdoelen

- Je kunt haakjes wegwerken.
- Je kunt uitdrukkingen herleiden waarin haakjes voorkomen.

- O11** Bij kledingzaak De Mode houden ze uitverkoop.  
**☐◎\*** Alle blouses kosten € 13. Annelot gaat er meteen 6 kopen.
- Voordat ze de kledingzaak binnengaat, rekent Annelot uit hoeveel dat gaat kosten. Hoe berekent ze dat? Welk antwoord krijgt ze?
  - Bereken op dezelfde manier uit je hoofd  $8 \cdot 13$ .



- O12** Martine heeft chocolade- en aardbeencupcakes gebakken.  
**☐◎\*** Zie de figuur hiernaast.
- Schrijf een product op waarmee je het totale aantal cupcakes berekent.
  - Schrijf een product op waarmee je het aantal chocoladecupcakes berekent.
  - Schrijf een product op waarmee je berekent hoeveel aardbeencupcakes er zijn.
  - Wat heeft het product van vraag a te maken met de producten van de vragen b en c?



figuur 8.1

## Theorie A De regel $a(b + c) = ab + ac$

Je kunt  $8 \cdot 41$  als volgt berekenen.  
 $8 \cdot 41 = 8(40 + 1) = 8 \cdot 40 + 8 \cdot 1$

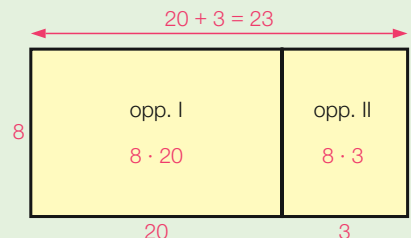
$8(40 + 1)$  betekent  $8 \cdot (40 + 1)$ .

8 keer 41 is  
 8 keer 40 plus 8 keer 1,  
 dus  $8 \cdot 40 + 8 \cdot 1$ .



En zo is ook  
 $8 \cdot 23 = 8(20 + 3) = 8 \cdot 20 + 8 \cdot 3$ .

Hiernaast is met oppervlakten uitgebeeld dat  
 $8(20 + 3) = 8 \cdot 20 + 8 \cdot 3$



figuur 8.2

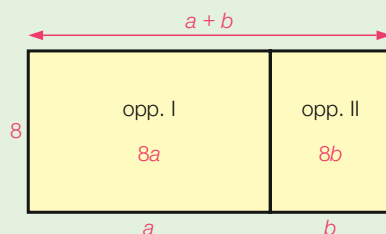
Met letters gaat het net zo. Zie hiernaast. Dus

$$8(a + b) = 8 \cdot a + 8 \cdot b$$

oppervlakte  
hele rechthoek

oppervlakte I

oppervlakte II



figuur 8.3

Je hebt nu de **haakjes weggewerkt**.

En zo is  $4(p + q) = 4p + 4q$ .

$$a(b + c) = ab + ac$$

**Leerdoel** Je kunt haakjes wegwerken als er geen mintekens voorkomen.

### Voorbeelden

$$3(2a + 10) = 6a + 30$$

$$3 \cdot 2a = 6a \text{ en } 3 \cdot 10 = 30.$$

$$a(2b + 8) = 2ab + 8a$$

$$a \cdot 2b = 2ab \text{ en } a \cdot 8 = 8a.$$

**13** Werk de haakjes weg.



**a**  $5(a + c)$

**c**  $a(3b + c)$

**e**  $1\frac{1}{2}(4x + 2y)$

**b**  $8(2a + b)$

**d**  $x(2y + 3)$

**f**  $2p(q + 1)$

**14** Werk de haakjes weg.



**a**  $5a(2b + c)$

**c**  $4a(b + \frac{1}{2})$

**e**  $5a(c + 2)$

**b**  $3p(x + 3)$

**d**  $3c(a + 1)$

**f**  $8p(2r + s)$

**15** Werk de haakjes weg.

**\***

**a**  $6a(3b + \frac{1}{2}c)$

**c**  $5a(2c + 1\frac{1}{2})$

**e**  $7ab(c + \frac{3}{14}d)$

**b**  $\frac{1}{2}p(4q + 8s)$

**d**  $\frac{1}{3}c(\frac{3}{4}a + 6)$

**f**  $\frac{2}{3}pq(3r + 1\frac{1}{2}s)$

**Check** Ik kan haakjes wegwerken als er geen mintekens voorkomen.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L2.

**L2** Werk de haakjes weg.

**a**  $7(3b + 2c)$

**b**  $3f(2g + 5)$

**c**  $2k(m + 5n)$

## Theorie B Haakjes wegwerken als er mintekens voorkomen

Je kunt ook haakjes wegwerken als er mintekens staan.

$$5(a - b) = 5a - 5b$$

$$-8(p - 3q) = -8p - (-24q) = -8p + 24q$$

Je mag in het vervolg de tussenstep weglaten.

$$\text{Zo is } -3(2m + 4n) = -6m - 12n.$$

**Leerdoel** Je kunt haakjes wegwerken als er mintekens voorkomen.

### Voorbeelden

$$-5(a + 3b) = -5a - 15b$$

$$2b(a - 3) = 2ab - 6b$$

$$-(a - 3b) = -a + 3b$$

$-(a - 3b)$  betekent  $-1 \cdot (a - 3b)$ , dus  
 $-(a - 3b) = -1 \cdot (a - 3b) = -a + 3b$ .  
En zo is  $-(2x + 8) = -2x - 8$ .

**16** Werk de haakjes weg.



**a**  $-4(x + 2y)$

**c**  $-4(x - 3)$

**e**  $-(2x - 3)$

**b**  $4(x - 2y)$

**d**  $-4(2x + 8)$

**f**  $-(2x + 3)$

**A17** Werk de haakjes weg.



**a**  $-3a(2b + c)$

**c**  $-2p(3q - 1)$

**e**  $-(-3p - q)$

**b**  $5a(3b - c)$

**d**  $5q(2p + 8)$

**f**  $-5(-3p + q)$

**A18** Werk de haakjes weg.

**\***

**a**  $-\frac{1}{3}a(\frac{1}{2}b - 6c)$

**b**  $-\frac{1}{4}(-4q - \frac{1}{3}r)$

**c**  $\frac{2}{3}b(\frac{1}{5}c - 1\frac{1}{2}d)$

**Check** Ik kan haakjes wegwerken als er mintekens voorkomen.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en maak opgave L3.

**L3** Werk de haakjes weg.

**a**  $7(a - 3b)$

**b**  $-k(2l + 5)$

**c**  $-(6p - q)$

## Theorie C Haakjes wegwerken en herleiden

Om  $3(a - 2b) - 4(2a + b)$  te herleiden, werk je eerst de haakjes weg. Je hebt hierbij te maken met twee stukken:

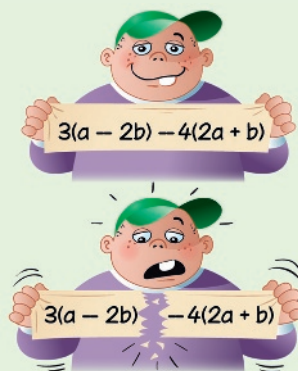
$$\begin{array}{l} 3(a - 2b) = \quad \text{en} \quad -4(2a + b) = \\ 3a - 6b \quad \quad \quad -8a - 4b \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Dus } 3(a - 2b) - 4(2a + b) = \\ 3a - 6b - 8a - 4b = \\ -5a - 10b \end{array}$$

Bij het wegwerken van de haakjes bij het tweede stuk vermenigvuldigt je dus zowel  $2a$  als  $b$  met  $-4$ .

Bij het herleiden van  $-3(3p + 5q) - 2(4p - 3q)$  krijg je  $-3(3p + 5q) - 2(4p - 3q) =$  **Eerst haakjes wegwerken.**

$$\begin{array}{l} -9p - 15q - 8p + 6q = \quad \text{Dan gelijksoortige termen samennemen.} \\ -17p - 9q \end{array}$$



**Leerdoel** Je kunt uitdrukkingen herleiden waarin haakjes voorkomen.

### Voorbeeld

Herleid.

$$\mathbf{a} \quad 3(a - 2b) - 5(a + b) \quad \mathbf{b} \quad 5 - (a + 5)$$

*Uitwerking*

$$\begin{array}{l} \mathbf{a} \quad 3(a - 2b) - 5(a + b) = \\ 3a - 6b - 5a - 5b = \\ -2a - 11b \end{array} \quad \mathbf{b} \quad 5 - (a + 5) = \\ 5 - a - 5 = -a$$

Bij herleiden hoort ook het wegwerken van haakjes.



**19** Herleid.

$$\begin{array}{lll} \square \odot & \mathbf{a} \quad 3(a + 2b) - 6a & \mathbf{c} \quad 5(a - 2b) + 3(2a - b) \\ & \mathbf{b} \quad -5(a - 2b) + 6a & \mathbf{d} \quad 8(a - b) - 5(a - 3) \\ & & \mathbf{e} \quad 2a - (5 + 2a) \\ & & \mathbf{f} \quad -3a(b - 1) - 3a \end{array}$$

**A20** Herleid.

$$\begin{array}{lll} \square \odot * & \mathbf{a} \quad 3a - 2(a + 6) & \mathbf{c} \quad 3(a - 1) - (a - 8) \\ & \mathbf{b} \quad 3 + a - 2(a + 6) & \mathbf{d} \quad 3(a - 1) - 2a + 8 \\ & & \mathbf{e} \quad -4(a - 2b) - a(b - 3) \\ & & \mathbf{f} \quad -b(2 - a) + b - ab \end{array}$$

**A21** Herleid.

$$\begin{array}{lll} \odot * & \mathbf{a} \quad -3x - 2y + x(y - 5) & \mathbf{c} \quad 2x(5y - 2) - 5x \cdot 2y \\ & \mathbf{b} \quad 5p(q + 3) - 2p \cdot -3q & \mathbf{d} \quad 2p(q - 1) - (1 - 2p) \\ & & \mathbf{e} \quad 3a - 2a(3 - 5b) + b(1 - a) \\ & & \mathbf{f} \quad -3p \cdot -2q - q(6p + 1) \end{array}$$

**E22** Vul in.

$$* \quad \mathbf{a} \quad 5(a + \dots) = \dots + 10b \quad \mathbf{b} \quad 7p - 2(\dots - 3q) = p + \dots \quad \mathbf{c} \quad -4(x - \dots) - 3y = \dots + 9y$$

**Check** Ik kan uitdrukkingen herleiden waarin haakjes voorkomen.  
 Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie C en maak opgave L4.

**L4** Herleid.

**a**  $3(p + 4q) - 5p$

**b**  $2(x - 3y) - 5(2x - 4y)$

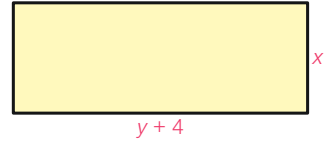
**c**  $-(a - 4b) - 5a$

**A23** Van de rechthoek hiernaast is de oppervlakte

\*  $x(y + 4) = xy + 4x$ .

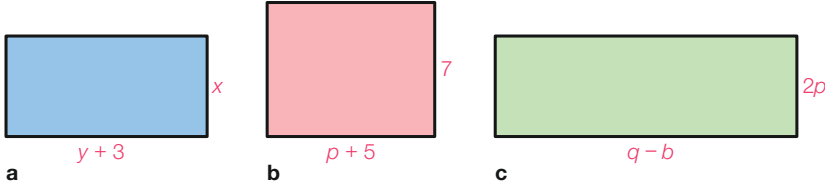
De omtrek van de rechthoek is

$x + y + 4 + x + y + 4 = 2x + 2y + 8$ .



figuur 8.4

Geef de oppervlakte en de omtrek van de rechthoeken hieronder. Herleid je antwoorden.

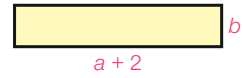


figuur 8.5

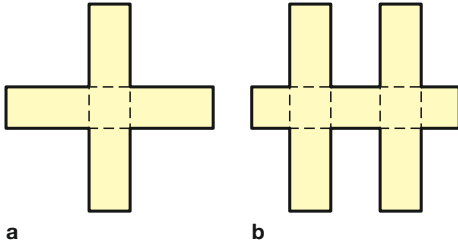
**E24** Hiernaast zie je een rechthoek met lengte  $a + 2$  en breedte  $b$ .

\* De vormen in figuur 8.7 zijn ontstaan door rechthoeken met deze afmetingen over elkaar te leggen.

Geef van elke vorm de oppervlakte en de omtrek. Herleid je antwoorden.



figuur 8.6



figuur 8.7

**25** In een pot zitten kralen. Het aantal kralen noemen we  $a$ . Fenna haalt er 6 uit. Er blijven dan  $a - 6$  kralen over.



**a** In een andere pot zitten  $b$  kralen.

Hoeveel kralen zitten nog in de pot als je er 16 uit haalt?

**b** Sifan fietst 12 km naar school. Na  $x$  km fietst Yasmina mee.

Hoeveel km fietst Yasmina mee?

**c** Jason is nu  $p$  jaar oud. Florian is 5 keer zo oud.

Hoe oud is Florian nu? En hoe oud was hij 6 jaar geleden?

**d** Tamara vermenigvuldigt het getal  $y$  met 3 en trekt er vervolgens 8 van af.

Welke uitkomst krijgt ze?

**26** In pot A zitten  $a + 2$  kralen. In pot B zitten 3 keer zoveel kralen. Dat zijn  $3(a + 2) = 3a + 6$  kralen.



- a** In pot A zitten  $k$  snoepjes. Nadat Daphne drie snoepjes uit pot A heeft gepakt, zitten er in pot B twee keer zoveel snoepjes.  
Hoeveel snoepjes zitten er in pot B?
- b** Jappie telt 5 op bij het getal  $p$  en vermenigvuldigt de uitkomst met 4.  
Wat krijgt hij?

Herleid je antwoorden.



**A27** **a** Ga uit van het getal  $a$ . Tel er 2 bij op en vermenigvuldig de uitkomst met 3.



Wat krijg je?

- b** Ga uit van het getal  $b$ . Vermenigvuldig dat met 2 en trek er vervolgens 10 van af. Vermenigvuldig de uitkomst met 3.  
Wat krijg je?
- c** Ga uit van het getal  $c$ . Tel er 5 bij op en vermenigvuldig de uitkomst met 4. Trek er vervolgens 4 keer het getal  $c$  van af.  
Wat krijg je?

**A28** **a** Ga uit van het getal  $a$ . Vermenigvuldig dat met 3 en tel er 5 keer het getal  $b$  bij op. Vermenigvuldig de uitkomst met 2.



Wat krijg je?

- b** Jamilia is nu  $p$  jaar oud. Anouk was twee jaar geleden 5 keer zo oud.  
Hoe oud is Anouk nu?
- c** Trish gaat uit van drie opeenvolgende gehele getallen. Het kleinste getal is  $n$ . Ze vermenigvuldigt elk van de drie getallen met 2 en telt de uitkomsten bij elkaar op.  
Wat krijgt ze?

### Spel Welk getal had ik?

- a** Speel het spel hiernaast een paar keer.
- b** Hoe kun je het gekozen getal terugvinden?
- c** Noem het getal dat je in gedachten neemt  $x$  en verklaar het resultaat van vraag b.
- d** Bedenk zelf een getallenraadsel en verklaar het resultaat.

- 1 Neem een getal in gedachten.
- 2 Tel er 6 bij op.
- 3 Vermenigvuldig de uitkomst met 4.
- 4 Trek er 3 keer het oorspronkelijke getal van af.
- 5 Trek 20 van de uitkomst af.
- 6 Welk getal heb je?

## 8.3 Machten

### Leerdoelen

- Je kunt machten berekenen.
- Je kunt berekeningen maken met machten.

029



Wouter vindt een oud proefwerkblaadje. Hij scheurt het blaadje eerst doormidden. Dan legt hij de twee stukken op elkaar en scheurt voor de tweede keer. De stukken die hij gekregen heeft, legt hij weer op elkaar. Daarna scheurt hij ze opnieuw doormidden. Enzovoort.

- Het lukt Wouter om in totaal zes keer te scheuren.  
Hoeveel snippers heeft hij dan?
- Stel je voor dat je een dubbele pagina van een krant op de manier van Wouter steeds doormidden gaat scheuren.  
Hoeveel keer schat je dat dat zal lukken?  
Ga na of je schatting klopt.



### Theorie A Macht, grondtal en exponent

In opgave 29 scheurt Wouter zijn proefwerkblaadje steeds weer doormidden. Hij krijgt

- na 1 keer scheuren 2 stukken
- na 2 keer scheuren  $2 \cdot 2$  stukken
- na 3 keer scheuren  $2 \cdot 2 \cdot 2$  stukken
- $\vdots$
- na 6 keer scheuren  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$  stukken.

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$  is een product van zes gelijke factoren.  
Zo'n product kunnen we korter schrijven.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$$

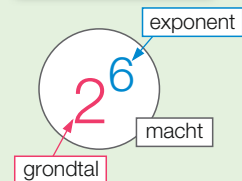
$2^6$  spreek je uit als 'twee tot de zesde' of 'twee tot de macht zes'.  
 $2^6$  is een **macht**. In de macht  $2^6$  heet 2 het **grondtal** en 6 de **exponent**.  $2^6$  is de zesde macht van 2.

$3^5$  is de vijfde macht van 3.

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$$

$$\text{En } 6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216.$$

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$



De tweede macht van 5 is  $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$ .  
 Je weet al dat we  $5^2$  kunnen uitspreken als ‘vijf kwadraat’.

**Een macht is een product van gelijke factoren.**

**Leerdoel** Je kunt machten berekenen.

**Voorbeeld**

Bereken.

**a**  $4^3$

**b**  $5^4$

**c**  $10^6$

*Uitwerking*

**a**  $4^3 = 64$

**b**  $5^4 = 625$

**c**  $10^6 = 1\,000\,000$

$4 \cdot 4 \cdot 4$

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

**30**  
   \*

Vul in.

**a**  $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = \dots\dots\dots$

**b**  $5^3$  spreek je uit als .....

**c** In  $5^3$  is ..... het grondtal en ..... de exponent.

**31**  
   \*

Bereken. Schrijf direct het antwoord op.

**a**  $2^5$

**c**  $10^5$

**e**  $1^7$

**g**  $1^{9999}$

**b**  $6^3$

**d**  $2^6$

**f**  $0^8$

**h**  $0^{2000}$

**32**

**a** Van een macht is het grondtal 5 en de exponent 4.

Bereken die macht.

**b** Bereken de vierde macht van 3.

**c** Bereken 10 tot de macht 3.

$2^3 = 8$ , want  $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ .  
 $2^3$  is de derde macht van 2.



**33**  
   \*

Wat is groter?

**a**  $3^2$  of  $2^3$

**c**  $2^4$  of  $4^2$

**b**  $10^2$  of  $2^{10}$

**d**  $6^5$  of  $5^6$

**34**  
   \*

Vul het juiste getal in.

**a**  $8 = 2^{\dots\dots\dots}$

**e**  $64 = \dots\dots\dots^6$

**i**  $169 = \dots\dots\dots^2$

**b**  $81 = 9^{\dots\dots\dots}$

**f**  $64 = \dots\dots\dots^2$

**j**  $1 = \dots\dots\dots^7$

**c**  $125 = \dots\dots\dots^3$

**g**  $1000 = 10^{\dots\dots\dots}$

**k**  $32 = 2^{\dots\dots\dots}$

**d**  $64 = 4^{\dots\dots\dots}$

**h**  $27 = 3^{\dots\dots\dots}$

**l**  $0 = \dots\dots\dots^{11}$

- E35** **a** Maak een lijst met machten van 2. Ga tot  $2^{15}$ .  
**\*** **b** Bekijk van elke uitkomst het laatste cijfer. Wat valt je op?  
**c** Welke van de volgende machten van 2 eindigen op een 8?  
 $2^{19}$     $2^{23}$     $2^{38}$     $2^{55}$   
**d** Schrijf vijf machten van 2 op die op een 6 eindigen.  
**e** Op welk cijfer eindigt  $2^{94}$ ?  
**f** Onderzoek op welk cijfer  $9^{23}$  eindigt.  
**g** Onderzoek op welk cijfer  $5^{37}$  eindigt.  
**h** Onderzoek op welk cijfer  $6^{128}$  eindigt.

Machten van 2

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

⋮

**Check** Ik kan machten berekenen.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L5.

**L5** Bereken.

**a**  $2^7$

**b**  $7^3$

**c**  $1^{111}$

## Theorie B Rekenen met machten

Het berekenen van machten heet **machtsverheffen**. In een berekening gaat machtsverheffen voor vermenigvuldigen en delen.

$$5 \cdot 2^3 = 5 \cdot 8 = 40$$

Eerst machtsverheffen, dan vermenigvuldigen.

$$(5 \cdot 2)^3 = 10^3 = 1000$$

Staat er iets tussen haakjes, dan bereken je dat eerst.

### Rekenvolgorde

- 1 Werk binnen de haakjes.
- 2 Machtsverheffen.
- 3 Vermenigvuldigen en delen van links naar rechts.
- 4 Optellen en aftrekken van links naar rechts.

**Leerdoel** Je kunt berekeningen maken met machten met een positief grondtal.

### Voorbeeld

Bereken.

**a**  $-40 + 3 \cdot 2^4$

**b**  $17 + (7 - 5)^3 : 2$

### Uitwerking

**a**  $-40 + 3 \cdot 2^4 =$

$$-40 + 3 \cdot 16 =$$

$$-40 + 48 = 8$$

**b**  $17 + (7 - 5)^3 : 2 =$

$$17 + 2^3 : 2 =$$

$$17 + 8 : 2 =$$

$$17 + 4 = 21$$

**36** Bereken.

**a**  $2^3 \cdot 5$

**c**  $2^3 - 5^3$

**e**  $(3 \cdot 4)^2 - 8$

**b**  $2 \cdot 5^3$

**d**  $(5 - 2)^4 + 2$

**f**  $3 \cdot 7^2 - 8$

**37** Bereken.



**a**  $2^5 - 5^2$

**c**  $12 - 6^2$

**e**  $5 \cdot (3 - 2)^3$

**b**  $(2^3 + 3)^2$

**d**  $6^2 : 3^2$

**f**  $5 - 3 \cdot 2^3$

**O38**



**a** Je weet dat  $-2^2$  het tegengestelde is van  $2^2$ , dus  $-2^2 = -4$ .

Bereken  $-2^3$  en  $-2^4$ .

**b** Je weet dat het kwadraat van  $-2$  is  $(-2)^2 = 4$ .

Bereken de derde macht van  $-2$  en de vierde macht van  $-2$ .

### Theorie C Machten met een negatief grondtal

Let goed op het verschil tussen  $(-3)^4$  en  $-3^4$ .

$(-3)^4$  is de vierde macht van  $-3$ , dus

$$(-3)^4 = -3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3 = 81.$$

Vier mintekens, dus positief.

$-3^4$  is het tegengestelde van  $3^4$ . Je weet dat

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81, \text{ dus } -3^4 = -81.$$

Eén minteken, dus negatief.

Bereken dus de vierde macht van  $3$  en laat de min ervoor staan.

Bij  $(-3)^5$  en  $-3^5$  krijg je dezelfde uitkomst, want

$$(-3)^5 = -3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3 = -243 \text{ en}$$

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243, \text{ dus } -3^5 = -243.$$

Vijf mintekens, dus negatief.

Eén minteken, dus negatief.

#### Machten en mintekens

$$(-2)^4 = 16$$

$$(-2)^3 = -8$$

$$-2^4 = -16$$

$$-2^3 = -8$$

**Leerdoel** Je kunt berekeningen maken met machten met een negatief grondtal.

#### Voorbeeld

Bereken.

**a**  $(-2)^6$

**c**  $(-1)^5$

**b**  $-2^6$

**d**  $-2^4 - 3 \cdot (-1)^4$

*Uitwerking*

**a**  $(-2)^6 = 64$

$$(-2)^6 = -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2$$

**b**  $-2^6 = -64$

Bereken  $2^6$  en laat de min ervoor staan.

**c**  $(-1)^5 = -1$

$$(-1)^5 = -1 \cdot -1 \cdot -1 \cdot -1 \cdot -1$$

**d**  $-2^4 - 3 \cdot (-1)^4 =$

$$-16 - 3 \cdot 1 =$$

$$-16 - 3 = -19$$

Eerst machtsverheffen,  
dan vermenigvuldigen.

**39** Bereken.



**a**  $(-2)^4$   
**b**  $-2^4$

**c**  $(-3)^3$   
**d**  $-3^3$

**40** **a** Bereken  $(-1)^2$ ,  $(-1)^3$ ,  $(-1)^4$ ,  $(-1)^5$  en  $(-1)^6$ . Wat valt je op?

**b** Schrijf van elke macht op of de uitkomst positief of negatief is, zonder de macht te berekenen.

$(-4)^6$

$(-11)^{19}$

$(-5)^7$

$(-1,5)^{12}$

$(-0,3)^9$

$(-7)^{10}$

$(-1)^{10}$

$(-12)^{15}$

- c** Wat heb je bij de vragen a en b ontdekt?  
**d** Waarom geldt deze regel niet voor  $-7^4$ ?

**41** Bereken.



**a**  $5 + (-2)^4$   
**b**  $5 - 2^4$

**c**  $(-1)^6 - 3^3$   
**d**  $1^2 - (-2)^3$

**e**  $-2^6 - (-2)^6$   
**f**  $(-3)^4 : 9 - 5^3$

**A42** Bereken.



**a**  $-5 - (-2)^4$   
**b**  $-5^2 - (-2)^5$   
**c**  $(5 \cdot -2)^4$

**d**  $5 - (2 - 3)^6$   
**e**  $-3^4 + (-3)^4$   
**f**  $-1^4 + (-1)^5$

**g**  $32 : (-2)^5$   
**h**  $6^3 - 2 \cdot (-3)^2$   
**i**  $-5^2 - 3^2 \cdot (-2)^3$

**Check** Ik kan berekeningen maken met machten.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en C, en maak opgave L6.

**L6** Bereken.

**a**  $(-3)^4$   
**b**  $-3^4$

**c**  $(6 - 2)^3 : 16$   
**d**  $5^3 - 3 \cdot 2^4$

**e**  $16 - (5 - 7)^4$   
**f**  $-4 \cdot (-1)^7 - 3^3$

### Informatief **Machtsverheffen**

In de middeleeuwen gebruikten wiskundigen woorden om machten aan te geven. Zo gebruikte Leonardo van Pisa (begin dertiende eeuw), bijgenaamd Fibonacci, het woord *substantia* voor wat wij tegenwoordig  $x^2$  noemen, en het woord *cubus* voor  $x^3$ . De zesde macht noemde hij *cubus cubus*, hij telde dus als het ware de exponenten op. Later werden deze woorden afgekort tot een of twee letters. Het idee om de exponent kleiner en rechtsboven het grondtal te plaatsen, kwam van de Franse geleerde René Descartes (1596-1650) in zijn boek *Géométrie* (1637). Sinds die tijd worden machten geschreven zoals we dat nu ook nog doen.



Leonardo van Pisa

## 8.4 De wetenschappelijke notatie

### Leerdoelen

- Je kunt de rekenmachine gebruiken bij het rekenen met machten.
- Je kunt getallen in de wetenschappelijke notatie schrijven.
- Je kunt omgaan met de wetenschappelijke notatie op de rekenmachine.



In deze paragraaf mag je de rekenmachine gebruiken.

043

a Bereken met je rekenmachine  $2,3 \cdot 2,3 \cdot 2,3 \cdot 2,3$ .



b Tik in  $2 \cdot 3 x^4 =$ . Wat valt je op?

### Theorie A Machten berekenen met de rekenmachine

Je kunt machten snel met de rekenmachine berekenen.

Je gebruikt hierbij de toets  $x^{\square}$ .

Zo bereken je  $3^6$  met  $3 x^6 =$ . Je krijgt  $3^6 = 729$ .

Denk bij het berekenen van  $(-5)^6$  aan het intikken van de haakjes. Je tikt in  $( (-) 5 ) x^6 =$ .

Dit geeft  $(-5)^6 = 15\,625$ .

Om  $-5^6$  te berekenen, tik je in  $(-) 5 x^6 =$ .

Je krijgt  $-5^6 = -15\,625$ .

$3^6$	729
$(-5)^6$	15625
$-5^6$	-15625

De rekenmachine houdt zich aan de rekenvolgorde.

Om  $5 \cdot 2^7$  te berekenen, tik je dus in  $5 \times 2 x^7 =$ .

Dit geeft  $5 \cdot 2^7 = 640$ .

**Leerdoel** Je kunt de rekenmachine gebruiken bij het rekenen met machten.

44

Bereken. Rond af op twee decimalen.



a  $5,6^3$

d  $0,58 \cdot 2,5^3 - (-1,4)^3$

b  $0,95^4 \cdot 5,2$

e  $(3,7 \cdot 0,27)^5$

c  $(-2,6)^4 - 1,7^3$

f  $(4,7 - 2,8)^3 : (-1,8)^4$

45

Bereken. Rond af op twee decimalen.



a  $(1\frac{3}{7})^4$

d  $\frac{(-2,3)^5}{3^2 - 1,3^4}$

b  $\frac{2,1^3 - 8}{1,5^4 - 3}$

e  $-\frac{5^4}{7} : (\frac{3}{4})^3$

c  $(2\frac{1}{3})^3 + (-1\frac{1}{6})^4$

f  $\frac{100}{5 - 2,8^4}$

**46** Het gaat iets beter met de wilde dieren in Europa. Een voorbeeld daarvan is de wisent, de Europese buffel. In 2019 waren er 7500 wisenten. Per jaar wordt dit aantal met 1,22 vermenigvuldigd.



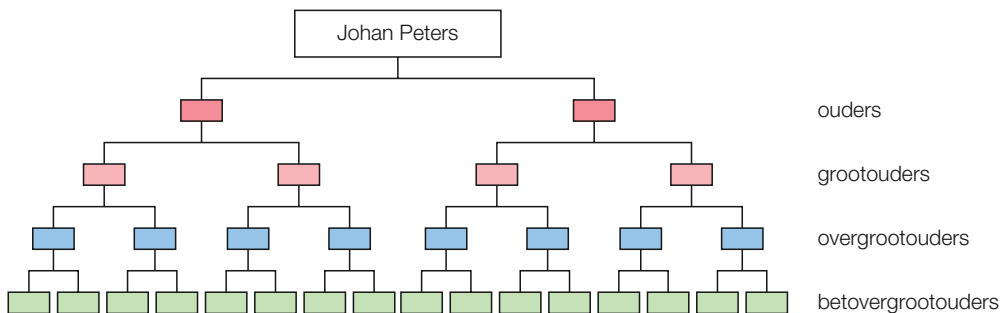
- a** Hoeveel wisenten waren er in 2020? En hoeveel in 2021?
- b** Het aantal wisenten in 2023 kun je schrijven als  $7500 \cdot 1,22^4$ .  
Hoe kun je dat verklaren? Hoeveel wisenten waren er in 2023? Hoeveel wisenten zijn dat er meer dan in 2019?

**A47** Op 1 januari 2021 heeft Janine 5000 euro op haar spaarrekening. De bank keert rente uit, waardoor dit bedrag jaarlijks met 1,02 wordt vermenigvuldigd.

- a** Hoeveel euro staat er op 1 januari 2022 op haar spaarrekening?
- b** Hoeveel geld staat er op 1 januari 2028 op de rekening?
- c** Met hoeveel neemt het bedrag in 2030 toe?

Het jaar 2030 loopt van 1 januari 2030 tot 1 januari 2031.

**E48** Hieronder zie je een deel van de stamboom van Johan Peters.  
\* Johan is geboren in 2000.



figuur 8.8

- a** Hoeveel betovergrootouders had Johan?
- b** Schrijf het aantal voorouders van tien generaties terug als macht van 2.

Neem aan dat er 25 jaar tussen twee generaties zit.

- c** Hoeveel voorouders van Johan leefden er in het jaar 1500?
- d** In 1500 had Nederland ongeveer 1 miljoen inwoners.  
Is het antwoord van vraag c realistisch? Waarom?
- e** Hoeveel voorouders van Johan leefden omstreeks het jaar 1200?  
Geef commentaar.

**E49** Tijdens de corona-pandemie werd de groei van het aantal mensen dat in Nederland met het virus besmet was, aangegeven met het reproductiegetal  $R$ . Bij een reproductiegetal van 2 verdubbelt elke dag het aantal besmettingen.

\*

In een bepaalde week was het reproductiegetal 1,15. Aan het eind van deze week waren er 100 000 mensen besmet.

Bereken hoeveel mensen er aan het begin van deze week besmet waren. Rond af op honderdtallen.

**Check** Ik kan de rekenmachine gebruiken bij het rekenen met machten. Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L7.

**L7** a Bereken  $(-4,3)^4 - 2,7^3$ . Rond af op gehele.

b In een bos staan 60 000 bomen. Door aanplant wordt het aantal bomen jaarlijks met 1,08 vermenigvuldigd. Bereken hoeveel bomen er vijf jaar later in het bos staan. Rond af op duizendtallen.

**O50** a Bereken  $10^5$ . Hoeveel nullen staan er in het antwoord?

\* b Bereken  $10^7$ . Hoeveel nullen staan er in het antwoord?

c Hoeveel nullen krijg je bij  $10^9$ ?

d Hoeveel nullen heeft een miljoen? Schrijf miljoen als macht van 10.

e Schrijf miljard als macht van 10.

## Theorie B De wetenschappelijke notatie

Een macht van 10 kun je eenvoudig berekenen.

Zo is  $10^{12} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000$ .

12 nullen

$$10^5 = 100\ 000$$

Exponent 5, dus 5 nullen.

Het aantal nullen is gelijk aan de exponent.

Omgekeerd kun je voor 10 000 000 schrijven  $10^7$ .

7 nullen

Machten van 10 worden gebruikt om grote getallen kort te noteren.

Zo is  $800\ 000 = 8 \cdot 100\ 000 = 8 \cdot 10^5$ .

En  $15\ 000\ 000 = 1,5 \cdot 10\ 000\ 000 = 1,5 \cdot 10^7$ .

verschuif de komma 7 plaatsen

Op deze manier schrijf je een getal in de **wetenschappelijke notatie**.

Je kunt zonder tussenstap een getal in deze notatie schrijven. Kijk maar:

$1\ 320\ 000\ 000 = 1,32 \cdot 10^9$ .

verschuif de komma 9 plaatsen

De wetenschappelijke notatie bestaat uit een getal groter dan of gelijk aan 1 en kleiner dan 10, gevolgd door een macht van 10.

Dus  $1,32 \cdot 10^9$  en niet  $13,2 \cdot 10^8$ .



In de wetenschappelijke notatie wordt 7 530 000 geschreven als  $7,53 \cdot 10^6$ .

**Leerdoel** Je kunt getallen in de wetenschappelijke notatie schrijven.

### Voorbeeld

Schrijf in de wetenschappelijke notatie.

- a 1 800 000
- b 8 732 000 000

*Uitwerking*

- a  $1\ 800\ 000 = 1,8 \cdot 10^6$
- b  $8\ 732\ 000\ 000 = 8,732 \cdot 10^9$

**51** Schrijf in de wetenschappelijke notatie.

- \* a 480 000
- \* b 900 000 000 000
- \* c 180 000 000
- \* d 152 500
- \* e 158
- \* f 5390

**A52** In de volgende zinnen komen grote getallen voor.

\* Schrijf die getallen in de wetenschappelijke notatie.

- a Een volwassen olifant kan 6 900 000 gram wegen.
- b Per dag maakt je lichaam 225 000 000 rode bloedlichaampjes aan.
- c In een mensenleven slaat het hart ongeveer 2 800 000 000 keer.
- d Het aantal haren op een hoofd is ongeveer 140 000.
- e Medio 2022 zijn er dankzij de zoekmachine Ecosia wereldwijd al 163 000 000 bomen geplant.



**Check** Ik kan getallen in de wetenschappelijke notatie schrijven.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en maak opgave L8.

**L8** Schrijf in de wetenschappelijke notatie.

- a 54 000
- b 3 416 000
- c 37 200 000



# 8.5 Machten en letters

## Leerdoelen

- Je kunt een product van machten herleiden.
- Je kunt een som en een verschil van machten herleiden.

**056** Het product  $3x \cdot 4x$  kun je herleiden.

**□ ⊗ \***  $3x \cdot 4x = 3 \cdot 4 \cdot x \cdot x = 12x^2$

En zo is  $4x \cdot 2x \cdot 3x = 4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot x = 24x^3$ .

Herleid. Schrijf in één keer het antwoord op.

- |   |  |
|---|--|
| <b>a</b> $5x \cdot 2x$                  | <b>d</b> $5p \cdot -p \cdot -p$          |
| <b>b</b> $4x \cdot x \cdot 3x$          | <b>e</b> $4x \cdot -x$                   |
| <b>c</b> $2a \cdot 5a \cdot 3a \cdot a$ | <b>f</b> $-b \cdot 2b \cdot -b \cdot 2b$ |

### Machten

$$x \cdot x = x^2$$

$$x \cdot x \cdot x = x^3$$

$$x \cdot x \cdot x \cdot x = x^4$$

**057** **a** Zie hiernaast.

**□ ⊗ \*** Is  $p^3 \cdot p^4$  gelijk aan  $p^7$  of gelijk aan  $p^{12}$ ?

**b** Is  $p^5 \cdot p^3$  gelijk aan  $p^8$  of gelijk aan  $p^{15}$ ?

$$p^3 = p \cdot p \cdot p \text{ en}$$

$$p^4 = p \cdot p \cdot p \cdot p, \text{ dus}$$

$$p^3 \cdot p^4 = p \cdot p \cdot p \cdot p \cdot p \cdot p \cdot p.$$

## Theorie A Machten vermenigvuldigen

Een product van machten met hetzelfde grondtal kun je herleiden tot één macht.

$$a^5 \cdot a^2 = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}_{5 \text{ factoren}} \cdot \underbrace{a \cdot a}_{2 \text{ factoren}} = a^7 \leftarrow 5 + 2 = 7$$

De exponent 7 krijg je door de exponenten 5 en 2 op te tellen. En zo is  $x^3 \cdot x^9 = x^{12}$  en  $p^5 \cdot p^8 = p^{13}$ .

**Bij het herleiden van een product van machten met hetzelfde grondtal tel je de exponenten op. Het grondtal blijft gelijk.**

$$x \cdot x^2 = x \cdot x \cdot x = x^3$$

Hieruit volgt dat  $x = x^1$ , want  $x^1 \cdot x^2 = x^3$ .

Ook  $5a^5 \cdot 3a^3$  kun je herleiden.

$$5a^5 \cdot 3a^3 = 5 \cdot 3 \cdot a^5 \cdot a^3 = 15a^8$$

↑ ↑

Vermenigvuldigen.

↓ ↓

Exponenten optellen.



Je hoeft hierbij geen tussenstap op te schrijven.

Dus herleiden van  $8x^3 \cdot 4x^2$  geeft in één keer  $8x^3 \cdot 4x^2 = 32x^5$ .

En zo is  $5x \cdot 7x^8 = 35x^9$ . Bedenk hierbij dat  $x = x^1$ .

$3a^3 \cdot 5b^2$  kun je schrijven als  $15a^3b^2$ . Verder herleiden kan niet, want de grondtallen van de machten zijn niet gelijk.

Maar  $a^5 \cdot b^3 \cdot a^4$  kun je wel herleiden, want  $a^5 \cdot b^3 \cdot a^4 = a^9b^3$ .

$$a^5 \cdot a^4 = a^9$$

**Leerdoel** Je kunt een product van machten herleiden.

### Voorbeeld

Herleid.

**a**  $a^7 \cdot a^5$

**b**  $3x^4 \cdot 2x^3$

**c**  $5x \cdot -4x^3$

*Uitwerking*

**a**  $a^7 \cdot a^5 = a^{12}$

**b**  $3x^4 \cdot 2x^3 = 6x^7$

**c**  $5x \cdot -4x^3 = -20x^4$

Tel de exponenten op.

$3 \cdot 2 = 6$  en  $x^4 \cdot x^3 = x^7$

$x = x^1$

**58** Herleid.

**a**  $b^5 \cdot b^8$

**b**  $x \cdot x^4$

**c**  $x^3 \cdot x^5 \cdot x$

**d**  $x^5 \cdot x \cdot x \cdot x^2$

**e**  $p^8 \cdot p^9$

**f**  $p \cdot p \cdot p$

**59** Herleid.

**a**  $2a^5 \cdot 3a^7$

**b**  $8a^6 \cdot -3a$

**c**  $4m^6 \cdot -2m^7$

**d**  $-y^3 \cdot 2y^9$

**e**  $3p^4 \cdot 2p^{12}$

**f**  $q^6 \cdot 3q$

**A60** Herleid.

**a**  $3a \cdot -2a^4$

**b**  $-7b^7 \cdot -4b^2$

**c**  $3x^3 \cdot x^2 \cdot 4x^3$

**d**  $5p^6 \cdot 3p \cdot -p^5$

**A61** Herleid.

**a**  $5x^3 \cdot -2x^4 \cdot -x$

**b**  $a \cdot b^3 \cdot a^6 \cdot b^2$

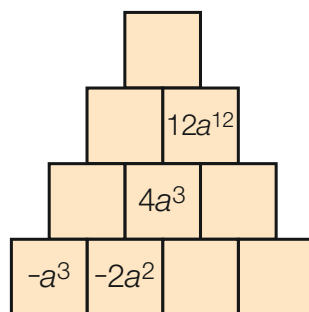
**c**  $x^2y^3 \cdot x^5y^2$

**d**  $2ab^3 \cdot 5a^3b^2$

**e**  $3p^6 \cdot -3p^6$

**f**  $6x^2 \cdot -3y \cdot 2y^5 \cdot -2x$

**A62** Zie de piramide hiernaast. In elk vakje staat het product van de factoren in de twee vakjes eronder. Vul de piramide verder in.



figuur 8.9

**E63** Volgens Luuk is  $2^5 \cdot 2^3$  gelijk aan  $2^8$ .

\* Volgens Stan is  $2^5 \cdot 2^3$  gelijk aan  $4^8$ .

**a** Wie heeft gelijk? Waarom?

Schrijf als één macht.

**b**  $3^8 \cdot 3^{11}$

**c**  $2^2 \cdot 4^8$

**d**  $2^6 \cdot 8$

**Check** Ik kan een product van machten herleiden.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L10.

**L10** Herleid.

**a**  $a^4 \cdot a^7$

**c**  $8c^3 \cdot -c$

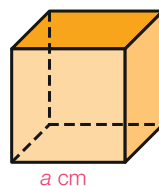
**b**  $b^6 \cdot b \cdot b^3$

**d**  $4d^4 \cdot 5d^5$

**O64** Van een kubus is de ribbe  $a$  cm.

\* **a** Hoeveel  $\text{cm}^2$  is de oppervlakte van een zijvlak? Schrijf je antwoord als een macht van  $a$ .

**b** Hoeveel  $\text{cm}^2$  is de oppervlakte van de hele kubus?



**figuur 8.10**

## Theorie B Som en verschil van machten

De oppervlakte van een kubus met ribbe  $a$  cm kun je op twee manieren berekenen.

Je kunt de oppervlakten van de zes zijvlakken optellen.

Je krijgt  $a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2$ .

Je kunt zes keer de oppervlakte van één zijvlak nemen.

Je krijgt  $6 \cdot a^2 = 6a^2$ .

Dus  $a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 = 6a^2$ .

Op dezelfde manier kun je  $3a^2 + 5a^2$  herleiden.

$3a^2 + 5a^2 = a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 = 8a^2$ .

$3a^2 + 5a^2$  kun je herleiden tot  $8a^2$ , omdat  $3a^2$  en  $5a^2$  gelijksoortige termen zijn.

Zo is ook  $5a^3 + 2a^3 = 7a^3$  en  $5a^3 - 2a^3 = 3a^3$ .

Maar  $5a^3 + 2a^2$  kun je niet herleiden, want  $5a^3$  en  $2a^2$  zijn niet gelijksoortig.

Ook  $5a^3 + 2b^2$  en  $5a^2 + 2b^2$  kun je niet herleiden.

$5a^3 + 2a^3 = 7a^3$   
 $5a^3 + 2a^4$  kan niet  
 $a^7 + a^7 = 2a^7$   
 $a^8 - a^8 = 0$

**In gelijksoortige termen komen precies dezelfde letters met dezelfde exponenten voor. Alleen gelijksoortige termen kun je samennemen.**

**Leerdoel** Je kunt een som en een verschil van machten herleiden.

## Voorbeeld

Herleid.

**a**  $14x^2 + 3x^2$

**b**  $3x^3 + 5y^3$

**c**  $-2y^4 - 6y^4$

**d**  $8x^4 - 8x$

**e**  $a^3 + 5$

**f**  $8p^3 - p^3$

*Uitwerking*

**a**  $14x^2 + 3x^2 = 17x^2$

**b**  $3x^3 + 5y^3$  kan niet

**c**  $-2y^4 - 6y^4 = -8y^4$

**d**  $8x^4 - 8x$  kan niet

**e**  $a^3 + 5$  kan niet

**f**  $8p^3 - p^3 = 7p^3$

**65** Herleid.

**a**  $7a^3 + 5a^3$

**b**  $3a^2 - 9a^2$

**c**  $4a^4 - a^4$

**d**  $c^5 - 5c^5$

**e**  $2y^2 + y^2$

**f**  $x^2 + x^2$

**g**  $6a + 8a$

**h**  $6a^2 - 8a^2$

**i**  $2x^2 + 8x^2$

**66** Herleid.

**a**  $8ab - 6ab$

**b**  $13p^2 + p^2$

**c**  $5xy + 4xy$

**d**  $xy - 8xy$

**e**  $5a^3 + 5a^3$

**f**  $6x^6 - 7x^6$

**g**  $2x^2 + 8y^2$

**h**  $8a^2 - 7a^2$

**i**  $10a^3 + 3$

**j**  $6a^2 - 10a$

**k**  $5x^2 - 5x^2$

**l**  $7p^3 + 41p^3$

Voor 'kan niet'  
schrijf ik k.n.



**67** Herleid.

**a**  $2a^3 - 5a^3 + 7a^3$

**b**  $-x^2 - 2x^2 + 3x^3$

**c**  $3p^4 - q^3 + p^4 - 2q^3$

**d**  $4m^3 - 3m^5 - 4m^3 + m^4$

**e**  $ab + 7a - 6a - 3ab$

**f**  $-7 - y^5 + 8 - 2y^5$

### Let op het verschil

optellen

$3a^5 + 2a^5 = 5a^5$

$3a^5 + 2a^6$  kan niet

vermenigvuldigen

$3a^5 \cdot 2a^5 = 6a^{10}$

$3a^5 \cdot 2a^6 = 6a^{11}$

**A68** Herleid.

**a**  $3x^5 + 2x^5$

**b**  $3x^5 \cdot 2x^5$

**c**  $5x^3 - 2x^5$

**d**  $5x^3 \cdot 2x^5$

**e**  $x^3 + 2x^3$

**f**  $x^3 \cdot 2x^3$

**g**  $-3x^4 + 3x^4$

**h**  $-3x^4 \cdot 3x^4$

**i**  $-3x^4 - 3x^4$

**A69** Vul in.



**a**  $8x^6 + \dots = 12x^6$

**d**  $15x^6 - \dots = 12x^6$

**b**  $6x^4 \cdot \dots = 12x^6$

**e**  $-2x^4 \cdot \dots = 12x^6$

**c**  $x \cdot \dots = 12x^6$

**f**  $3x \cdot \dots = 12x^6$

**E70** Een schriftelijke overhoring bestaat uit zes herleidingen. Elke herleiding heeft als uitkomst  $18a^8$ . Er zijn twee vermenigvuldigingen, twee optellingen en twee aftrekkingen bij. Bedenk zo'n overhoring.



**A71** Herleid.



**a**  $a^3 \cdot a^2 + 3a^5$

**c**  $-7a^8 + 2a^2 \cdot -3a^6$

**b**  $2a^4 \cdot a^2 + 5a^3 \cdot a^3$

**d**  $8a^2 \cdot 3a^5 - 2a^4 \cdot -3a^3$

**A72** Voorbeeld



**a**  $2a^3(a^2 + 3) = 2a^5 + 6a^3$

Bedenk dat  $2a^3 \cdot a^2 = 2a^5$  en  $2a^3 \cdot 3 = 6a^3$ .

Herleid.

**a**  $3a^2(a^4 + 2a)$

**d**  $a^3(a^5 - a^4) - 3a^2 \cdot 2a^6$

**b**  $5a(a^3 - 2a)$

**e**  $a^3(2a - 1) + a^2(a^2 - 3a)$

**c**  $-3a^2(a - 2) + 5a^2$

**f**  $a^2(a^3 - 2a) - a^4(a - 1)$

**E73** Vul in.



**a**  $\dots(a^5 + 3a) = \dots + 15a^2$

**b**  $8a^4 - 2a^3(a - \dots) = 6a^4 + 12a^7$

**c**  $a^3 \cdot a^6 + \dots(a^9 - 3a^7) = 3a^{11} - 8a^9$

**d**  $2a^5(3a - \dots) - a^4(\dots + 4a) = 5a^6$

**Check** Ik kan een som en een verschil van machten herleiden.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en maak opgave L11.

**L11** Herleid.

**a**  $2x^5 + 3x^5$

**c**  $5c^3 - 5$

**b**  $5ab - 6ab$

**d**  $5p^2 - p^2$

# Gemengde opgaven

- 1** In de volgende zinnen komen grote getallen voor.  
 Schrijf die getallen in de wetenschappelijke notatie.
- a** Australië is  $7\,692\,000\text{ km}^2$  groot.
  - b** De afstand van de aarde tot de ster Proxima Centauri is  $40\,000\,000\,000\,000\text{ km}$ .
  - c** Het volume van de maan is even groot als dat van  $21\,664\,200\,000\,000\,000\,000\,000\,000$  suikerklontjes.
  - d** De Antonov AN-225 is het grootste vliegtuig ter wereld en heeft een maximaal startgewicht van  $640\,000\text{ kg}$ .



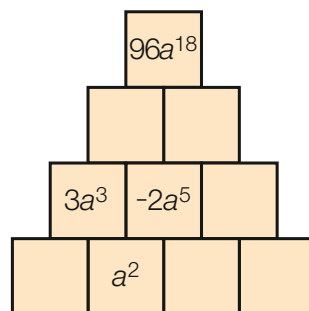
- 2** Bereken.
- |                    |                                  |   |
|--------------------|----------------------------------|---|
| <b>a</b> $(-3)^4$  | <b>d</b> $-6^2 - 3 \cdot (-2)^3$ | <b>g</b> $3 \cdot (5 - 6)^6 - 5 : 1^3$        |
| <b>b</b> $-(-2)^4$ | <b>e</b> $-1^6 - 3 \cdot (-1)^8$ | <b>h</b> $2 \cdot (-2)^5 - 5 \cdot (3 - 1)^2$ |
| <b>c</b> $3 - 2^4$ | <b>f</b> $18 - (5 - 7)^4$        | <b>i</b> $3^2 \cdot -1^2 - 5^3 \cdot (-1)^4$  |

- 3** Herleid.
- |                                       |                           |
|---------------------------------------|---------------------------|
| <b>a</b> $5 \cdot 2a - 3 \cdot 5a$    | <b>d</b> $-b(3a - 2)$     |
| <b>b</b> $7a + 3b - 2b - 8a$          | <b>e</b> $6k(3l - m)$     |
| <b>c</b> $7a \cdot 3b - 2b \cdot -8a$ | <b>f</b> $8(2a - b) - 7a$ |

- 4** Herleid.
- |                                     |                                  |
|-------------------------------------|----------------------------------|
| <b>a</b> $5 \cdot 6x + 7 \cdot -3x$ | <b>d</b> $3(2a - 1) - 2(5a - 3)$ |
| <b>b</b> $5 + 6x - 7 - 3x$          | <b>e</b> $15 - 2a - (a - 8)$     |
| <b>c</b> $8 - 2(a - 11)$            | <b>f</b> $15 - (2a - 3) - a - 1$ |

- 5** Zie de piramide hiernaast. In elk vakje staat het product van de twee vakjes eronder. Vul de piramide verder in.

- 6** Herleid.
- a**  $8a - 2a(b - 1) - b(4 - 2a)$
  - b**  $8a - 2a \cdot b - 5a(2b - 2)$
  - c**  $3x \cdot 2y - 2x \cdot -y - 3x(2y + 1)$
  - d**  $3x + 2y - 2x - y - 3x + 2y + 1$
  - e**  $3x(2y - 2) - y(3x - 5) - x \cdot y$



figuur 8.11

7  
☐ ⊙ \*

- a Lilly is  $x$  jaar. Haar moeder is 3 keer zo oud.  
Hoe oud is haar moeder over 8 jaar?
- b Ga uit van het getal  $m$ . Tel er 5 bij op en vermenigvuldig de uitkomst met 3. Trek er vervolgens 2 keer het getal  $m$  van af.  
Wat krijg je? Herleid je antwoord.

8  
\*

- a Finn is nu  $p$  jaar. Over 4 jaar is zijn vader 3 keer zo oud als Finn.  
Hoe oud is zijn vader nu? Herleid je antwoord.
- b Ga uit van drie opeenvolgende even getallen. Noem het middelste getal  $x$ . Vermenigvuldig elk van deze drie getallen met  $x$  en tel de uitkomsten bij elkaar op.  
Wat krijg je? Herleid je antwoord.

9  
☐ ⊙ \*

Herleid.

- |                            |                        |                        |
|----------------------------|------------------------|------------------------|
| a $3x^7 \cdot 2x^9$        | e $3x^5 - x^5$         | i $2x \cdot 3x^5$      |
| b $5x^6 \cdot x \cdot x^4$ | f $5x^7 - 2x^7$        | j $2x^5 + 3y^3 - 5x^5$ |
| c $8x^3 \cdot -2x^2$       | g $-5x^2 - x^2 + 4x^2$ | k $2x^5 - 3x^5$        |
| d $x^7 \cdot x^5$          | h $7x^3 - 7x^3$        | l $2x^5 \cdot -3x^5$   |

10  
☐ ⊙ \*

Vul in.

- |                               |  |
|-------------------------------|--|
| a $3a \cdot \dots = 24a^3b^2$ | c $-2a \cdot \dots + 4a \cdot b = 6ab$ |
| b $12x^3 + \dots = 7x^3$      | d $3x^6 \cdot \dots = 8x^8 - 2x^8$     |

11  
☐ ⊙ \*

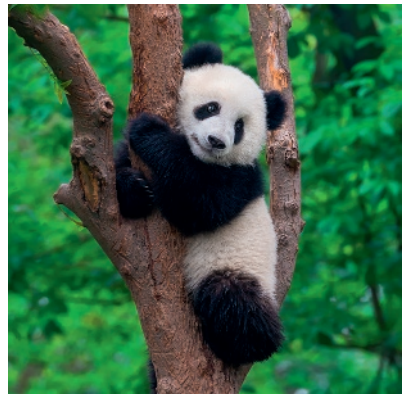
Herleid.

- |                             |                                      |
|-----------------------------|--------------------------------------|
| a $-2a^6 - 4a^3 \cdot 2a^3$ | d $2a^2 \cdot 6a^6 - a(2a^7 - 3a^8)$ |
| b $3a^3(2a + a^4)$          | e $a^3 \cdot 5a^4 - 2a^2 \cdot a^5$  |
| c $-2a^5(7a^3 - 1)$         | f $a^3(a^4 - 3a) - a^6(2 - a)$       |

12  
☐ ⊙ \*

☒ Het gaat beter met de reuzenpanda. Dit is deels te danken aan de bescherming van zijn leefgebied. Per jaar wordt de oppervlakte van het leefgebied met 1,01 vermenigvuldigd. Op 1 januari 2019 had het leefgebied een oppervlakte van 2710000 ha. Rond in deze opgave af op duizendtallen.

- a Hoe groot is het leefgebied van de reuzenpanda op 1 januari 2023?
- b Hoeveel hectare leefgebied komt er in 2028 bij?
- c Natuurbeweging 'Help de panda' wil het jaar waarin er op 1 januari voor het eerst meer dan 3 miljoen ha leefgebied is, uitroepen tot Pandajaar.  
Is dat voor 2030?



# Samenvatting

## 8.1 Herleiden

blz 101 Let bij herleidingen op de rekenvolgorde, dus eerst vermenigvuldigen en dan optellen.

$$\begin{array}{rcl} 5 \cdot 2a + 8 \cdot 3a = & 3a \cdot -2b - 2a \cdot -5b = & \\ 10a + 24a = 34a & -6ab - -10ab = & \\ & -6ab + 10ab = 4ab & \end{array}$$

blz 102

### Let op het verschil

som van twee producten	som van vier termen
$2x \cdot 5y + 3x \cdot -4y =$	$2x + 5y + 3x - 4y = 5x + y$
$10xy + -12xy =$	
$10xy - 12xy = -2xy$	

## 8.2 Haakjes wegwerken

blz 103 Met de regel  $a(b+c) = ab + ac$  kun je haakjes wegwerken.

$$3(2a + 5) = 6a + 15$$

blz 105

$$-5(2a - 3) = -10a + 15$$

blz 106

$$\begin{array}{rcl} 5(a - 4b) - 2(3a - b) = & 15a - (3a - 7) = & \\ 5a - 20b - 6a + 2b = & 15a - 3a + 7 = & \\ -a - 18b & 12a + 7 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5(a - 4b) = 5a - 20b \\ -2(3a - b) = -6a + 2b \end{array}$$

Dus

$$\begin{array}{l} 5(a - 4b) - 2(3a - b) = \\ 5a - 20b - 6a + 2b = \\ -a - 18b \end{array}$$

blz 107

Ellen is  $x$  jaar.

Haar broer Arno is 3 jaar ouder. Arno is dus  $x + 3$  jaar.

Hun vader is 4 keer zo oud als Arno.

Hij is dus  $4(x + 3) = 4x + 12$  jaar.

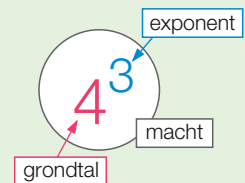
## 8.3 Machten

blz 109

De macht  $4^3$  betekent  $4 \cdot 4 \cdot 4$ .

Dus  $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ .

In  $4^3$  is 4 het grondtal en 3 de exponent.



blz 111

### Rekenvolgorde

- 1 Werk binnen de haakjes.
- 2 Machtsverheffen.
- 3 Vermenigvuldigen en delen van links naar rechts.
- 4 Optellen en aftrekken van links naar rechts.

$$\begin{array}{rcl} 8 + (30 + 2) : 2^4 = & & \\ 8 + 32 : 2^4 = & & \\ 8 + 32 : 16 = & & \\ 8 + 2 = 10 & & \end{array}$$

blz 112 De vierde macht van  $-2$  is  $(-2)^4$ . Denk aan de haakjes.  
 $(-2)^4 = -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 = 16$   
 $-2^4$  is het tegengestelde van  $2^4$ , dus  $-2^4 = -16$ . Bereken dus de vierde macht van  $2$  en laat de min ervoor staan.  
 $(-3)^5$  betekent  $-3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3$ , dus  $(-3)^5 = -243$ .

$$2^4 = 16$$

$$(-2)^4 = 16$$

$$-2^4 = -16$$

$$3 \cdot (-2)^4 = 3 \cdot 16 = 48 \qquad 3 \cdot -2^4 = 3 \cdot -16 = -48$$

$$3 \cdot (-2)^5 = 3 \cdot -32 = -96 \qquad 3 \cdot -2^5 = 3 \cdot -32 = -96$$

### 8.4 De wetenschappelijke notatie

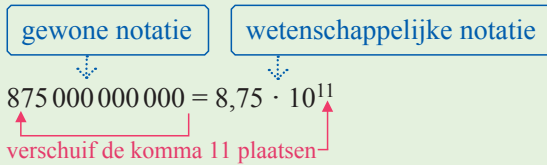
blz 114 Om  $6 \cdot 2,5^3$  te berekenen, tik je in  $6 \times 2 . 5 x^3 =$ .

Dit geeft  $6 \cdot 2,5^3 \approx 93,75$ .

Om  $(6 \cdot 2,5)^3$  te berekenen, tik je in  $( 6 \times 2 . 5 ) x^3 =$ .

Je krijgt  $(6 \cdot 2,5)^3 = 3375$ .

blz 116 Hieronder is het getal 875 000 000 000 geschreven in de wetenschappelijke notatie.



# Diagnostische toets

## 8.1 Herleiden

1 Herleid.

1, 2, 3 a  $-3 \cdot 5x + 8 \cdot 2x$

b  $5 \cdot 2a - 3 \cdot 5a$

c  $5x \cdot -2y - 3y \cdot -5x$

d  $5x - 2y - 3y - 5x$

## 8.2 Haakjes wegwerken

2 Herleid.

4 a  $7(a + 5)$

b  $6(2a + 3b)$

c  $2(6x + y) + 5(2x + 3y)$

d  $3(2p + 5q) + 4(p + 2q)$

3 Herleid.

5 a  $5(a - 2b)$

b  $-(3a + 6b)$

c  $-3(p - q) + 5(q - 2p)$

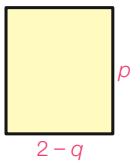
d  $-(p - q) - 5(p - q)$

e  $18 - (a - 12)$

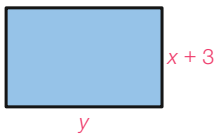
f  $3(4a + b) - 4(a - b)$

4 Geef de oppervlakte en de omtrek van de rechthoeken hieronder.

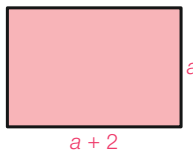
6 Herleid je antwoorden.



a



b



c

figuur 8.12

5 a In doos X zitten  $a$  kralen. In doos Y zitten er 5 meer.

7 In doos Z zitten 8 keer zoveel kralen als in doos Y. Hoeveel kralen bevat doos Z? Herleid je antwoord.

b Ga uit van het getal  $b$ . Vermenigvuldig dat met 5 en trek er vervolgens 3 van af. Vermenigvuldig de uitkomst met 4.

Wat krijg je na herleiden?



## 8.3 Machten

6 Bereken.

8 a  $5^3$

b  $(-3)^5$

c  $(-1)^8$

d  $-5^3$

e de vierde macht van  $-2$

f de vijfde macht van  $-1$

7 Bereken.

9 a  $6 - 3 \cdot 4^3$

b  $5^3 - (-2)^4$


c  $(-1)^4 + 3 \cdot (-2)^5$

d  $5 - (3 - 5)^4 \cdot -3$


e  $5 \cdot 4^3 : (8 - 6)^3 - 2$

f  $-8^2 : (-2)^3 - (-3)^4$

## 8.4 De wetenschappelijke notatie

8  Bereken. Rond af op twee decimalen.

10 a  $0,59 \cdot 2,3^6 - 2,1^5$       c  $(2\frac{3}{7})^4$   
b  $\frac{2,1^3 - 8}{3 - 2,5^4}$       d  $\frac{(-1\frac{1}{3})^4}{5 - 1,3^5}$

9  De huizenprijzen in Nederland stijgen al jaren hard. Begin januari 2019 was de gemiddelde waarde van een koopwoning € 390 000. Per jaar wordt deze waarde met 1,08 vermenigvuldigd.

- 11 a Wat was de gemiddelde waarde van een koopwoning in 2022? Rond af op duizendtallen.  
b Bereken de gemiddelde waarde van een koopwoning in 2049. Rond af op duizendtallen.



10 Schrijf in de wetenschappelijke notatie.

12 a 3 720 000 000      b 380 207      c 380

11  Bereken. Schrijf het antwoord in de wetenschappelijke notatie.

13 Rond af op twee decimalen.  
a  $5^{28}$       b  $9,3^{18} \cdot 27,5^7$       c  $8,7^4 \cdot 1,9^5$

## 8.5 Machten en letters

12 Herleid.

14 a  $5a^3 \cdot -2a^2$       c  $4a^7 \cdot -5a^4$       e  $p^9 \cdot 4p \cdot -p^6$   
b  $x^3 \cdot x^2 \cdot x$       d  $4x \cdot 4x^5$       f  $-x^3 \cdot -2x^5 \cdot 3x^2$

13 Herleid.

15 a  $8a^3 + 2a^3$       c  $6x^4 - x^4$       e  $4x^3 - 4$   
b  $4a^5 + 4a$       d  $xy - 6xy$       f  $4x^3 + x^3 - 3x^3$

14 Herleid.

16, 17 a  $2a^5 \cdot 5a^2$       c  $4p^4 - 4p^3$       e  $a^3 \cdot -2b \cdot 2a^6$   
b  $4x^3 - 6x^3$       d  $4x \cdot -3x^5 \cdot 2x^2$       f  $3x^5 - 3 + x^5$

15 Vul in.

16, 17 a  $9a^2 \cdot \dots = 18a^6$       c  $a^3 - \dots = 6a^3$       e  $5a^7 - \dots = 8a^7$   
b  $8a^3 + \dots = 15a^3$       d  $-6a^2 \cdot \dots = 12a^{10}$       f  $-5a^5 \cdot \dots = 20a^{20}$

# Herhaling

## 8.1 Herleiden

- 1** Bij het herleiden van  $3a + 2b + 8a - 5b$  neem je gelijksoortige termen samen. Dus  $3a + 8a = 11a$  en  $2b - 5b = -3b$ . Je schrijft geen tussenstap op, dus  $3a + 2b + 8a - 5b = 11a - 3b$ .

$$\begin{array}{c}
 3a + 8a = 11a \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 3a + 2b + 8a - 5b = 11a - 3b \\
 \uparrow \quad \uparrow \\
 2b - 5b = -3b
 \end{array}$$

Herleid.

- a**  $5x - 3y + 2x - 8y$       **c**  $7a - b - 8a - 12a$   
**b**  $2a + b + 3a - b$       **d**  $3a - 8 - 2a - 1$

- 2** Vermenigvuldigen gaat voor optellen. In  $3 \cdot 2a + 8 \cdot 7a$  doe je eerst  $3 \cdot 2a = 6a$  en  $8 \cdot 7a = 56a$ . Dus  $3 \cdot 2a + 8 \cdot 7a = 6a + 56a = 62a$ . Maar  $3 + 2a + 8 + 7a = 11 + 9a$ .

Eerst vermenigvuldigen, dan optellen, dus

$$\begin{array}{l}
 3a \cdot 2b + 5a \cdot -4b = \\
 6ab + -20ab = \\
 6ab - 20ab = -14ab
 \end{array}$$

Herleid.

- a**  $5 \cdot 2p + 8 \cdot 3p$       **c**  $-3 \cdot 2y - 8 \cdot -y$   
**b**  $5 + 2p + 8 + 3p$       **d**  $-3 + 2y - 8 - y$

Maar

$$3a + 2b + 5a - 4b = 8a - 2b.$$

- 3** Herleid.  
**a**  $3a \cdot 2b + 5a \cdot 7b$       **c**  $-2a \cdot b - 3a \cdot -2b$   
**b**  $-3a \cdot 5b + 2a \cdot -6b$       **d**  $-5a \cdot -b - 8a \cdot -b$

## 8.2 Haakjes wegwerken

- 4** Met de regel  $a(b+c) = ab + ac$  werk je haakjes weg. Dus

- $5(a+3) = 5a + 15$        $5 \cdot a = 5a$  en  $5 \cdot 3 = 15$
- $2(a+3b) + 4(3a+5b) = 2a + 6b + 12a + 20b = 14a + 26b$

Herleid.

- a**  $4(a+2)$       **d**  $5(3x+y) + 3(4x+9y)$   
**b**  $7(3a+5b)$       **e**  $7(x+3y) + 2(5x+y)$   
**c**  $2p(3q+4r)$       **f**  $3(4x+3y) + x + 2y$


- 5** Omdat  $\underline{-4(3a-b)} =$  en  $\underline{-(a+2b)} =$  is  $\underline{-4(3a-b)} - \underline{(a+2b)} =$   
 $\underline{-12a+4b}$        $\underline{-a-2b}$        $\underline{-12a+4b} - \underline{a-2b} =$   
 $\underline{-13a+2b}$

Herleid.

- a**  $3(a-1)$       **d**  $2p - (p-1) - 3$   
**b**  $-2(3x+5)$       **e**  $-(x-2y) - 2(x-7y)$   
**c**  $2a + 3 - 5(3-2a)$       **f**  $-2p(q-1) - q(p+1)$

$$\begin{array}{l}
 5 \cdot 2a - 3(2a-6) = \\
 10a - 6a + 18 = \\
 4a + 18
 \end{array}$$



- 11**  Hardlopen wordt steeds populairder. Er komen vooral vrouwelijke hardlopers bij. In 2019 waren er in Nederland 1,85 miljoen hardlopers. Jaarlijks wordt dit aantal met 1,027 vermenigvuldigd.
- a** Hoeveel miljoen hardlopers telde Nederland in 2020? En in 2021?  
**b** In 2022 waren er  $1,85 \cdot 1,027^3$  miljoen hardlopers actief in Nederland. Leg uit waarom.  
**c** Hoeveel miljoen Nederlanders doen in 2023 aan hardlopen?

- 12** Grote getallen kun je in de wetenschappelijke notatie schrijven. Zie het voorbeeld hiernaast.


Schrijf in de wetenschappelijke notatie.

- a** 321 000 000                      **c** 870 300  
**b** 4 530 000                      **d** 72 000 000 000

Groter dan of gelijk  
aan 1 en kleiner dan 10.

$8\,370\,000\,000 = 8,37 \cdot 10^9$

↕  
 verschuif de komma 9 plaatsen ↗

- 13**  Hiernaast is  $4,9^{18}$  op de rekenmachine berekend. De uitkomst staat in de wetenschappelijke notatie. Afgerond op twee decimalen is dit  $2,65 \cdot 10^{12}$ .

$4.918$   
 $2.651730846 \times 10^{12}$

Bereken. Schrijf het antwoord in de wetenschappelijke notatie. Rond af op twee decimalen.

- a**  $7,2^{18}$                               **b**  $7,3^5 \cdot 2,9^4$                               **c**  $3,7^{15} \cdot 4,1^{29}$

### 8.5 Machten en letters

- 14**  $5a^3 \cdot 3a^2 = 15a^5$  en  $5a^2 \cdot 3b^2 = 15a^2b^2$

Herleid.

- a**  $a^6 \cdot a^4$                               **c**  $b^5 \cdot b \cdot b^2$                               **e**  $-5x^3 \cdot 3y^6$   
**b**  $a^8 \cdot a$                               **d**  $a^2 \cdot 4a^5$                               **f**  $-5x^3 \cdot -x^7$

- 15**  $3a^4 + 2a^4 = a^4 + a^4 + a^4 + a^4 + a^4 = 5a^4$   
 $3a^4 + 2a^3$  kun je niet herleiden, want  $3a^4$  en  $2a^3$  zijn niet gelijksoortig.

Herleid.

- a**  $5a^4 + 3a^4$                               **d**  $8x^7 - x^7$   
**b**  $6a^6 + 6a^6$                               **e**  $x^4 + x^3$   
**c**  $5x^3 - 4x^3$                               **f**  $5y^2 + 3y^2 + y^8$

$3a^3 \cdot 5a^6 = 15a^9$   
 $3a^3 + 5a^6$  kan niet  
  
 $5a^3 \cdot 3a^3 = 15a^6$   
 $5a^3 + 3a^3 = 8a^3$

- 16**  $3x^4 + 2x^4 = 5x^4$ , maar  $3x^4 \cdot 2x^4 = 6x^8$ . Verder is  $2p^3 \cdot q \cdot 5p^4 = 10p^7q$ .

Herleid.

- a**  $-5a^6 \cdot 3a^7$                               **c**  $-5a^6 + a^6$                               **e**  $-x^3 \cdot 5x^6 \cdot x^3$   
**b**  $-5a^6 + 3a^7$                               **d**  $-x^3 + 5x^6 + x^3$                               **f**  $2a^2 \cdot 3b \cdot 5b^3$

- 17** Vul in.

- a**  $-2a^3 \cdot \dots = 16a^5$                               **c**  $a^5 + \dots = 16a^5$                               **e**  $-3a \cdot \dots = 24a^{24}$   
**b**  $-2a^5 + \dots = 16a^5$                               **d**  $3a^8 \cdot \dots = 24a^{24}$                               **f**  $5a^{24} - \dots = 24a^{24}$

# Onderzoek Het binaire stelsel

De werking van de computer heeft te maken met het **binaire stelsel**. Computers bevatten elektronische schakelingen die twee waarden kunnen aannemen: aan (1) of uit (0).

Eén cijfer 0 of 1 heet een bit (binary digit). Een rijtje van 8 bits heet een byte. Bytes worden gebruikt om letters, cijfers en tekens op de computer vast te leggen. Zo hoort bij de letter A de byte 01000001.

Een computer met een harde schijf van 500 GB kan  $5 \cdot 10^{11}$  bytes opslaan. Dat komt ongeveer overeen met 100 miljoen volgetikte A4-tjes. Dat is een stapel van 10 km hoog.

In dit onderzoek leer je werken met het binaire stelsel en ontdek je dat  $11 + 10$  gelijk kan zijn aan 101.

- 1** We zijn gewend om onze getallen in het decimale stelsel te schrijven. In het decimale stelsel gebruik je de cijfers 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9.

Het getal **352** betekent  $3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 2$ .

En zo is  $2704 = 2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 4$ .

Schrijf op dezelfde manier.

- a** 296                                      **c** 43 050  
**b** 8096                                     **d** 700021

decimaal = tientallig  
binair = tweetallig

- 2** In het binaire stelsel schrijf je getallen met twee cijfers, namelijk met 0 en 1.

Het binaire getal **1101** betekent  $1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1$ .

In het decimale stelsel krijg je zo het getal  $8 + 4 + 0 + 1 = 13$ .

Schrijf de volgende binaire getallen als getallen in het decimale stelsel.

- a** 111                                        **d** 1010  
**b** 1101                                     **e** 111 111  
**c** 1000                                     **f** 111 101

## Machten van 2

- $2^1 = 2$   
 $2^2 = 4$   
 $2^3 = 8$   
 $2^4 = 16$   
 $2^5 = 32$   
 $2^6 = 64$   
 $2^7 = 128$   
 $2^8 = 256$   
 $2^9 = 512$   
 $2^{10} = 1024$

- 3** Met de volgende tabel is een binair getal handig om te zetten naar een getal in het decimale stelsel.

binair	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1	decimaal
1 101 101 001	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	= 873
	512 + 256		+ 64 + 32			+ 8			+ 1		

Gebruik net zo'n tabel om de volgende binaire getallen als getallen in het decimale stelsel te schrijven.

- a** 1 110 101 101                        **c** 1 000 000 001  
**b** 1 011 011                            **d** 10 101 010

- 4** Op de foto hiernaast zie je een binair horloge. Welke tijd geeft het aan?



- 5** Onderzoek
- hoeveel getallen in het binaire stelsel uit 4 cijfers bestaan
  - hoeveel getallen in het binaire stelsel uit 6 cijfers bestaan
  - wat het grootste getal in het decimale stelsel is dat binair uit 7 cijfers bestaat
  - welk binair getal op 11011 volgt, en welk binair getal op 11111 volgt
  - welk binair getal 1 kleiner is dan 1111, en welk binair getal 1 kleiner is dan 1000.

- 6** Met de volgende tabel is een getal uit het decimale stelsel handig om te zetten in een binair getal.

decimaal	32	16	8	4	2	1	binair
54 =	32 + 16			+ 4 + 2			
	1	1	0	1	1	0	110110

Onderzoek hoe dat gaat, en zet de volgende getallen uit het decimale stelsel om in binaire getallen.

- |              |              |               |
|--------------|--------------|---------------|
| <b>a</b> 13  | <b>d</b> 140 | <b>g</b> 511  |
| <b>b</b> 62  | <b>e</b> 199 | <b>h</b> 512  |
| <b>c</b> 100 | <b>f</b> 256 | <b>i</b> 1000 |



De volgende opgaven gaan over binaire getallen.

- 7**
- Licht toe  $1 + 1 = 10$ ,  $10 + 1 = 11$ ,  $11 + 1 = 100$ .
  - Bereken  $111 + 1$ ,  $100 + 1$ ,  $110101 + 1$  en  $110111 + 1$ .

- 8** Hiernaast zie je  $110101 + 10011 = 1001000$ .
- Licht deze berekening toe.

Bereken.

- $11 + 10$
- $111 + 11$
- $10101 + 1111$
- $101000 + 1001$
- $111111 + 1111$

$$\begin{array}{r}
 11\ 111\ \text{onthoud} \\
 110101 \\
 \underline{10011} \\
 1001000
 \end{array}$$

**9** Hiernaast zie je een vermenigvuldiging van binaire getallen.

Onderzoek hoe dat gaat en bereken.

- a  $110011 \cdot 1001$
- b  $101101 \cdot 11$
- c  $1001111 \cdot 1011$

$$1101 \cdot 101 = 1000001$$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ \underline{101} \times \\ 1101 \\ 00000 \\ \underline{110100} + \\ 1000001 \end{array}$$

**10** Hiernaast zie je een deling van binaire getallen.

Onderzoek hoe dat gaat en bereken.

- a  $1001000 : 110$
- b  $1111001 : 1011$

$$110100 : 100 = 1101$$

$$\begin{array}{r} 100/110100 \setminus 1101 \\ \underline{100} \\ 101 \\ \underline{100} \\ 100 \\ \underline{100} \\ 0 \end{array}$$

## Spel Binaire puzzel

### Regels

- 1 Elk vakje moet een 0 of een 1 bevatten.
- 2 Er mogen maximaal twee gelijke cijfers direct naast elkaar of direct onder elkaar staan.
- 3 Elke rij en elke kolom bevat evenveel nullen als enen.
- 4 Elke rij is uniek en elke kolom is uniek. Een rij kan echter wel gelijk zijn aan een kolom.

Maak de puzzels af.

makkelijk

		1		1			
0					0	0	
	1						1
		0			1		
	0	0					
				0		1	
	1						0
0			0			1	

moeilijk

				1			0
					0		
		0		1			0
			0				
	1				1	1	
1				0		1	
			1				
1					0		





# 9

## Symmetrie en vlakke figuren

Elk jaar wordt op het strand van Scheveningen het International Kite Festival georganiseerd. Gedurende twee dagen worden er vliegers in alle soorten en maten gedemonstreerd. Daarnaast kun je deelnemen aan workshops waarin je zelf een vlieger maakt of leert stuntvliegeren. Vliegers kenmerken zich door hun lijnsymmetrische en soms ook draaisymmetrische vorm.

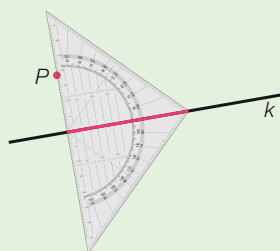
# Voorkennis Loodlijnen

## Theorie A Loodlijnen tekenen

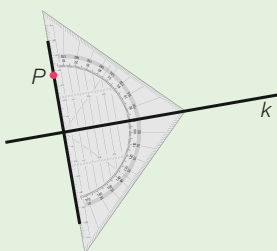
Bij het tekenen van loodlijnen gebruik je de loodlijn van de geodriehoek. In het werkschema hieronder zie je hoe je lijn  $m$  door punt  $P$  loodrecht op lijn  $k$  tekent.

### Werkschema: zo teken je lijn $m$ door punt $P$ loodrecht op lijn $k$

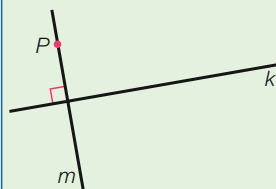
Leg de geodriehoek tegen punt  $P$  aan, met de loodlijn op lijn  $k$ .



Teken lijn  $m$ .



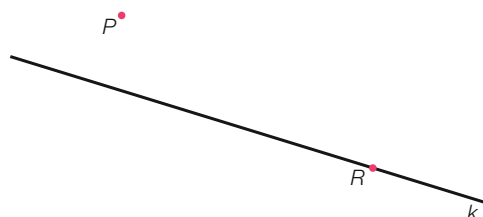
Zet het rechtehoekteken in een van de vier hoeken en zet de letter  $m$  bij de lijn.



- 1 Zie de figuur hiernaast.
  - a Teken door punt  $P$  de lijn  $l$  die loodrecht staat op lijn  $k$ . Denk aan het rechtehoekteken.
  - b Teken door punt  $Q$  de loodlijn  $m$  op  $k$ .
  - c Teken door punt  $R$  de lijn  $n$ , zodat  $n \perp k$ .
  - d Teken door  $P$  de lijn  $q$ , zodat  $q \perp l$ .



$k \perp m$  betekent  
 $k$  staat loodrecht op  $m$ .



figuur 9.1

$B$

$A$

figuur 9.2

# 9.1 Lijnsymmetrie

## Leerdoelen

- Je kunt lijnsymmetrie herkennen en symmetrieassen tekenen.
- Je kunt een driehoek spiegelen in een lijn.



**01** Vliegeren is een hobby voor jong en oud. Vooral aan het strand kom je mooie vliegers tegen in allerlei vormen en kleuren. Een vlieger bestaat uit twee helften die precies op elkaar passen.

- a Neem een blaadje papier en vouw het dubbel.
- b Teken langs de vouwlijn een halve vlieger zoals hiernaast.
- c Knip de vlieger uit en vouw hem open. Plak hem in je schrift, kleur de vlieger en kleur de vouwlijn rood.



figuur 9.3

## Theorie A Spiegelen

Hiernaast zie je een vlieger in de vorm van een insect.

Je kunt de vlieger zo dubbelvouwen dat de ene helft precies op de andere helft past.

De vlieger is **lijnsymmetrisch**.

De lijn waarover je vouwt, heet de **symmetrieas**.

De twee helften zijn elkaars **spiegelbeeld**.



Een andere naam voor symmetrieas is spiegelas.



figuur 9.4

De zeshoekige vlieger hiernaast kun je op twee manieren dubbelvouwen, zodat de twee helften precies op elkaar vallen. Daarom zijn er twee symmetrieassen. Deze symmetrieassen zijn in de figuur getekend.

**Leerdoel** Je kunt lijnsymmetrie herkennen en symmetrieassen tekenen.

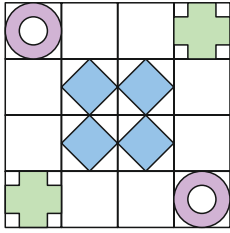


figuur 9.5

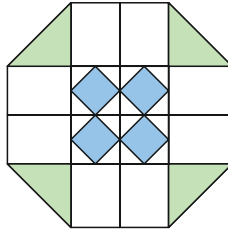
**2** Zie de drie afbeeldingen hieronder.



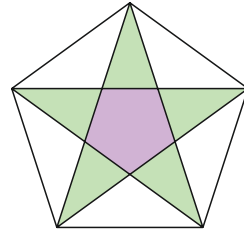
- a** Teken in elk van de drie afbeeldingen de symmetrieassen.  
**b** Hoeveel symmetrieassen heeft elk van de afbeeldingen?



**a**



**b**



**c**

figuur 9.6

**A3** Langs de weg kom je allerlei borden tegen. Hieronder zie je er enkele.



- a** Welke borden zijn lijnsymmetrisch?  
**b** Teken alle symmetrieassen.

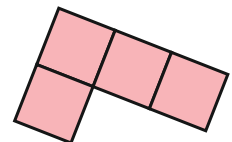


figuur 9.7

**E4** De figuur hiernaast is gemaakt van vier vierkantjes.

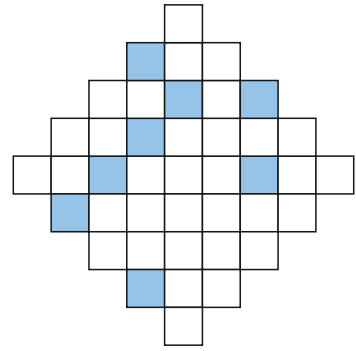


- Met één extra vierkantje kun je een figuur maken die een spiegelas heeft.  
 Op hoeveel manieren kun je dat doen?



figuur 9.8

- E5** Zie de figuur hiernaast.
- \*** Hoeveel vierkantjes moet je minstens blauw kleuren zodat de figuur één symmetrieas heeft? Kleur deze vierkantjes.



figuur 9.9

**Check** Ik kan lijnsymmetrie herkennen en symmetrieassen tekenen.  
 Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L1.

**L1** Zie de logo's hieronder.

- a** Welke logo's zijn lijnsymmetrisch?  
**b** Teken alle symmetrieassen.



a



b



c



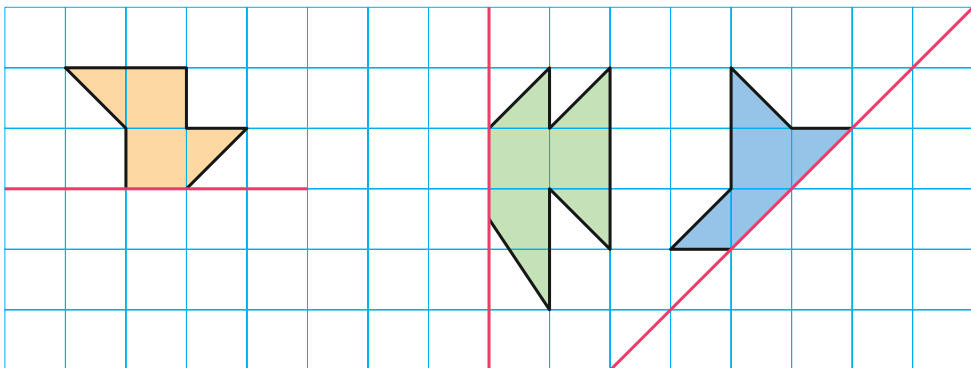
d



e

figuur 9.10

- O6** In de figuur hieronder is van drie symmetrische figuren een van de helften getekend. De symmetrieas is steeds rood gekleurd. Maak de figuren af.



figuur 9.11

## Theorie B Spiegelbeeld tekenen

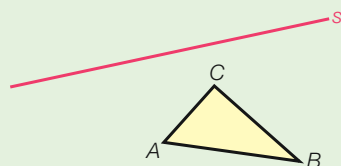
In opgave 6 heb je symmetrische figuren getekend. We zeggen dat je de gegeven figuur gespiegeld hebt in een lijn.

In het werkschema hieronder zie je hoe je  $\triangle ABC$  **spiegelt** in lijn  $s$ . Het spiegelbeeld van  $A$  is  $A'$ .

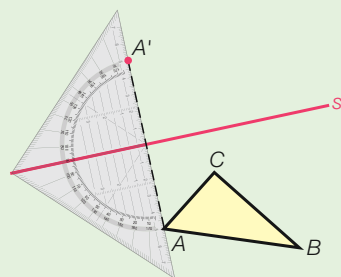
$A'$  spreek je uit als 'A accent'.



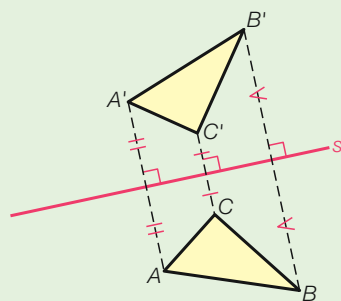
### Werkschema: $\triangle ABC$ spiegelen in lijn $s$



- 1 Leg de loodlijn van de geodriehoek op lijn  $s$ . Het spiegelbeeld  $A'$  ligt even ver van de spiegelglas als  $A$  van de spiegelglas ligt. Teken het spiegelbeeld  $A'$  en stippel het lijnstuk  $AA'$ .



- 2 Teken op dezelfde manier de punten  $B'$  en  $C'$ . Teken het spiegelbeeld  $\triangle A'B'C'$ . Geef met tekenjes aan welke lijnstukken even lang zijn. Denk ook aan de rechtehoektekens.



De figuur waar je vanuit gaat heet het **origineel**. Dus het origineel hierboven is  $\triangle ABC$ .

De figuur die je erbij tekent, heet het spiegelbeeld, of kortweg **beeld**. Het beeld is  $\triangle A'B'C'$ .

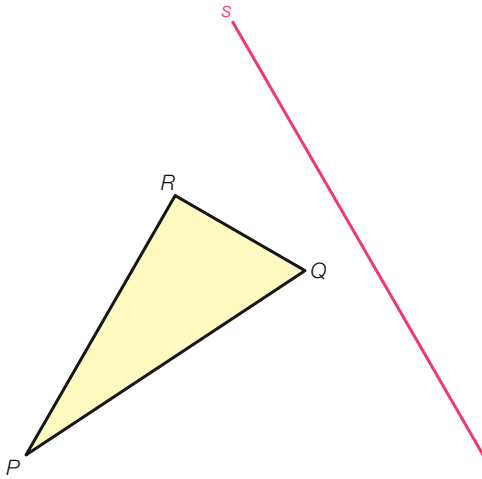
#### Bij de spiegeling van het punt $P$ in de lijn $s$

- liggen origineel  $P$  en beeld  $P'$  even ver van de spiegelglas
- staat het lijnstuk  $PP'$  loodrecht op de spiegelglas.

**Leerdoel** Je kunt een driehoek spiegelen in een lijn.


**7** Zie de figuur hieronder.  $\triangle PQR$  wordt gespiegeld in lijn  $s$ .

 Teken het beeld  $\triangle P'Q'R'$ .



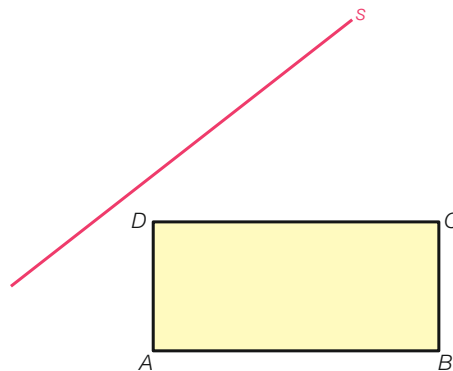
figuur 9.12

**8** Zie de figuur hieronder. Rechthoek  $ABCD$  wordt gespiegeld in lijn  $s$ .

 **a** Teken het beeld  $A'B'C'D'$ .

**b** Als je nauwkeurig hebt getekend, is ook het spiegelbeeld een rechthoek.

Controleer dat met je geodriehoek.



figuur 9.13

**9** **a** Teken de punten  $A(-4, 0)$ ,  $B(0, -2)$  en  $D(-2, 3)$ , en teken  $\triangle ABD$ .

 **b** Teken de lijn  $s$  door de punten  $B$  en  $D$ .

$\triangle ABD$  wordt gespiegeld in  $s$ .

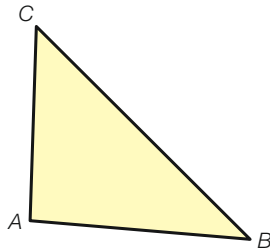
**c** Waar liggen de beelden van  $B$  en  $D$ ?

**d**  $\triangle ABD$  is de helft van de symmetrische vierhoek  $ABA'D$ .

Teken die vierhoek.

- A10** a Teken de punten  $A(0, 1)$ ,  $B(-2, 0)$ ,  $C(-2, -2)$ ,  $D(1, -3)$  en  $E(3, -1)$ .  
 b Teken de lijn  $s$  door  $A$  en  $E$ .  
 c De vijfhoek  $ABCDE$  is de helft van de symmetrische achthoek  $ABCDEFGH$ .  
 Teken die achthoek.

- A11** Zie de figuur hieronder. Het punt  $B'$  is het beeld van hoekpunt  $B$  van  $\triangle ABC$  bij spiegeling in een lijn.  
 Teken het spiegelbeeld  $\triangle A'B'C'$ .

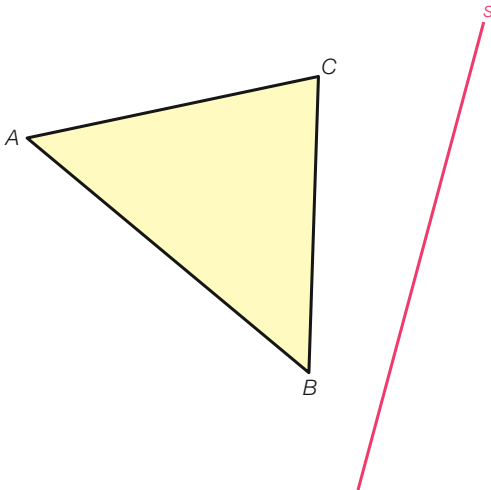


$B'$

figuur 9.14

- Check** Ik kan een driehoek spiegelen in een lijn.  
 Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en maak opgave L2.

- L2** Zie de figuur hieronder.  $\triangle ABC$  wordt gespiegeld in lijn  $s$ .  
 Teken het beeld  $A'B'C'$ .



figuur 9.15

## 9.2 Draaisymmetrie

### Leerdoelen

- Je kunt draaisymmetrie herkennen en de kleinste draaihoek berekenen.
- Je kunt een driehoek spiegelen in een punt.

012  
☐ ⊗ \*

Om de wolkwaliteit van een product te garanderen, kan een producent gebruik maken van een keurmerk. Zo geeft het logo hiernaast aan dat een product voor 100% uit scheerwol bestaat.

- a Heeft het logo symmetrieassen?
- b Draai het boek en bekijk het logo van verschillende kanten. Wat valt je op?



figuur 9.16

### Theorie A Draaisymmetrie

Zonder helemaal rond te gaan, kun je de vlieger hiernaast toch zo draaien dat hij met zichzelf samenvalt.

Zo'n figuur heet **draaisymmetrisch**.

Het punt waar je om draait, heet het **draaipunt**.

Het kleinste aantal graden waarover je moet draaien, vind je als volgt.

- Helemaal rond is  $360^\circ$ .
- In 6 stappen ben je helemaal rond.
- Dat is per stap  $360^\circ : 6 = 60^\circ$ .
- De **kleinste draaihoek** is dus  $60^\circ$ .

Ook bij draaien over  $120^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $240^\circ$  en  $300^\circ$  valt de figuur samen met zichzelf.

**Een figuur heet draaisymmetrisch als hij bij draaiing om een punt met zichzelf samenvalt. De kleinste draaihoek ligt tussen  $0^\circ$  en  $360^\circ$ .**

Is de kleinste draaihoek  $360^\circ$ , dan spreken we niet van een draaisymmetrische figuur, anders zou elke figuur draaisymmetrisch zijn.

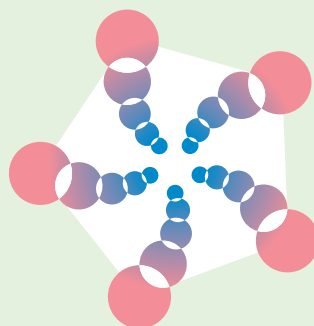
De figuur hiernaast is draaisymmetrisch.

De kleinste draaihoek is  $360^\circ : 5 = 72^\circ$ .

**Leerdoel** Je kunt draaisymmetrie herkennen en de kleinste draaihoek berekenen.



figuur 9.17



figuur 9.18

## lijnsymmetrie

Bij lijnsymmetrie vouw je langs een *lijn*.

## draaisymmetrie

Bij draaisymmetrie draai je om een *punt*.

**R13** Zie figuur 9.18 op de vorige bladzijde. De kleinste draaihoek is  $72^\circ$ .

**□ ⊙ \*** Bij welke andere draaihoeken valt de figuur ook met zichzelf samen, zonder helemaal rond te gaan?

**14** Hieronder zie je logo's van enkele cryptovaluta.

**□** **a** Welke logo's zijn lijnsymmetrisch? Teken de symmetrieassen.

**b** Welke logo's zijn draaisymmetrisch? Bereken de kleinste draaihoek.



**a**



**b**



**c**



**d**



**e**



**f**

figuur 9.19

**A15** Hieronder zie je de logo's van enkele merken.

**□ ⊙ \*** **a** Welke logo's zijn lijnsymmetrisch? Teken de symmetrieassen.

**b** Welke logo's zijn draaisymmetrisch? Bereken de kleinste draaihoek.



**a**



**b**



**c**



**d**



**e**



**f**

figuur 9.20

**E16** Hiernaast is de **regelmatige vijfhoek**  $ABCDE$  getekend.

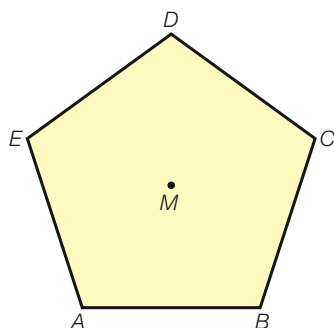
**□ \*** Van zo'n regelmatige vijfhoek zijn alle zijden even lang en alle hoeken even groot.

**a** Bereken de kleinste draaihoek.

De afstand van punt  $M$  tot een hoekpunt in de figuur is 2 cm.

**b** Teken een regelmatige vijfhoek waarbij deze afstand 3 cm is.

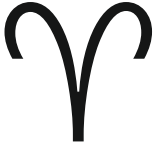
**c** Teken een regelmatige negenhoek waarbij de afstand van het centrum tot een hoekpunt 3 cm is.



figuur 9.21

**Check** Ik kan draaisymmetrie herkennen en de kleinste draaihoek berekenen.  
 Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L3.

**L3** Wingdings is een lettertype dat je op de computer kunt gebruiken.  
 Hieronder zie je enkele tekens van dit lettertype.  
 Welke zijn draaisymmetrisch? Bereken de kleinste draaihoek.



a



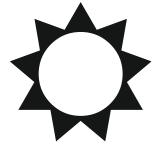
b



c



d



e

figuur 9.22

- O17**    \*
- Teken de punten  $A(2, 4)$ ,  $B(1, 4)$  en  $M(2, 2)$ .
  - $M$  is het midden van het lijnstuk  $AC$ .  
Teken het punt  $C$ .
  - $M$  is het midden van het lijnstuk  $BD$ .  
Teken het punt  $D$ .
  - Teken vierhoek  $ABCD$ .
  - Is vierhoek  $ABCD$  lijnsymmetrisch?
  - Is  $ABCD$  draaisymmetrisch? Zo ja, bereken de kleinste draaihoek en geef de coördinaten van het draaipunt.

## Theorie B Puntsymmetrie

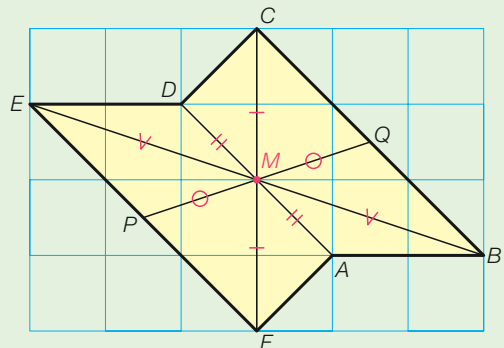
In de zeshoek hiernaast is  $M$  een bijzonder punt.

$M$  is het midden van lijnstuk  $AD$ , het midden van lijnstuk  $BE$  en het midden van lijnstuk  $CF$ . Ook is  $M$  het midden van lijnstuk  $PQ$ . Zo zijn er steeds twee punten van de figuur te vinden waarbij  $M$  het midden is van hun verbindingslijnstuk. Zo'n figuur noemen we **puntsymmetrisch**.

In de zeshoek is  $M$  het **punt van symmetrie**.

Deze zeshoek is niet lijnsymmetrisch maar wel draaisymmetrisch.

Het draaipunt is  $M$  en de draaihoek is  $180^\circ$ .



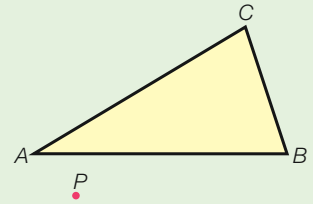
figuur 9.23 Een puntsymmetrische zeshoek.

**Puntsymmetrie is hetzelfde als draaisymmetrie met draaihoek  $180^\circ$ .**

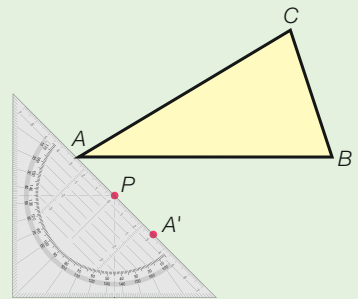
Puntsymmetrie heeft te maken met **spiegelen in een punt**.

Hieronder zie je hoe je  $\triangle ABC$  spiegelt in punt  $P$ .

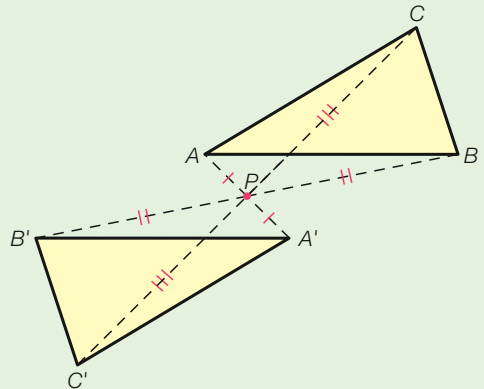
### Werkschema: $\triangle ABC$ spiegelen in punt $P$



- 1 Leg de geodriehoek langs de punten  $A$  en  $P$  met de 0 op  $P$ .  
Het spiegelbeeld  $A'$  ligt even ver van  $P$  als  $A$  van  $P$  ligt.  
Teken het spiegelbeeld  $A'$ .




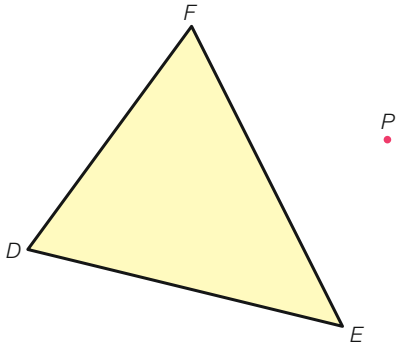
- 2 Doe hetzelfde met de punten  $B$  en  $C$ , en teken  $\triangle A'B'C'$ . Geef met tekenjjes aan welke lijnstukken even lang zijn.



**Leerdoel** Je kunt een driehoek spiegelen in een punt.




**18** Zie de figuur hieronder.

-   $\triangle DEF$  wordt gespiegeld in punt  $P$ .  
Teken het spiegelbeeld  $\triangle D'E'F'$ .

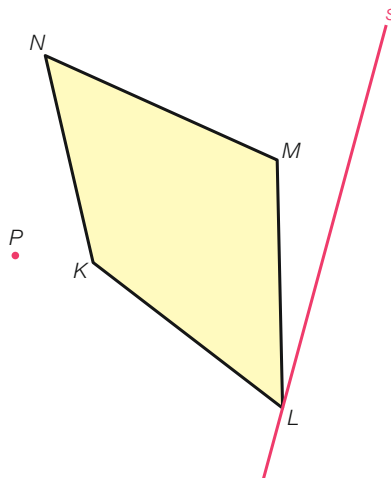


figuur 9.24

**19** Zie de figuur hieronder.

-    **a** Vierhoek  $KLMN$  wordt gespiegeld in punt  $P$ .  
Teken het spiegelbeeld  $K'L'M'N'$ .
- b** Vierhoek  $KLMN$  wordt gespiegeld in lijn  $s$ .  
Teken het beeld  $K''L''M''N''$ . Wat valt je op  
aan de punten  $L$  en  $L''$ ?

$K''$  spreek je uit als  
'K dubbel accent'.



figuur 9.25

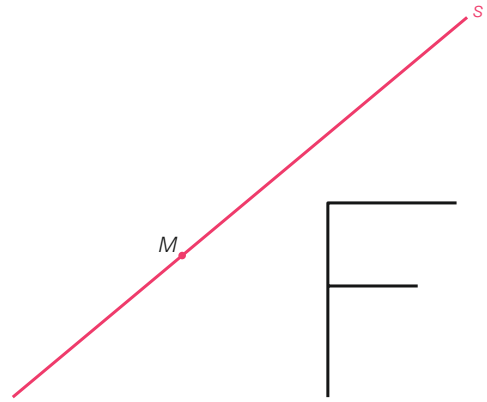
**20** **a** Teken de punten  $A(-2, 2)$ ,  $B(-1, 1)$ ,  $C(2, 1)$  en  $M(1, 2)$ , en teken  $\triangle ABC$ .

  **b** Spiegal  $\triangle ABC$  in  $M$ . Teken het beeld  $\triangle A'B'C'$  rood.

**c** Teken punt  $N(-1, 0)$  en spiegel  $\triangle ABC$  in  $N$ .  
Teken het beeld  $\triangle A''B''C''$  blauw.

**A21** Zie de figuur hiernaast.

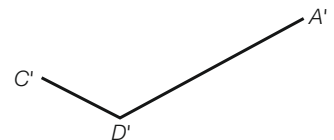
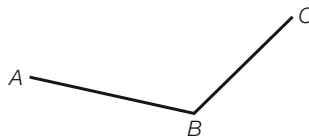
- a** Spiegel de letter F in punt  $M$ .  
**b** Spiegel de letter F in lijn  $s$ .



figuur 9.26

**A22** Bij het spiegelen van vierhoek

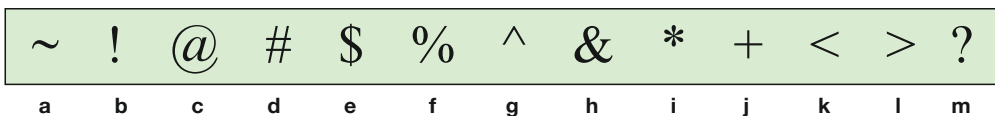
- a**  $ABCD$  in een punt ontstaat vierhoek  $A'B'C'D'$ . Hiernaast zie je een gedeelte van beide vierhoeken.  
Maak de vierhoeken af.



figuur 9.27

**A23** Zie de symbolen in de figuur hieronder.

- a** Welke symbolen zijn lijnsymmetrisch? Geef van elk symbool dat lijnsymmetrisch is het aantal symmetrieassen.  
**b** Welke symbolen zijn draaisymmetrisch? Bereken van elk symbool dat draaisymmetrisch is de kleinste draaihoek.  
**c** Welke symbolen zijn puntsymmetrisch?



figuur 9.28

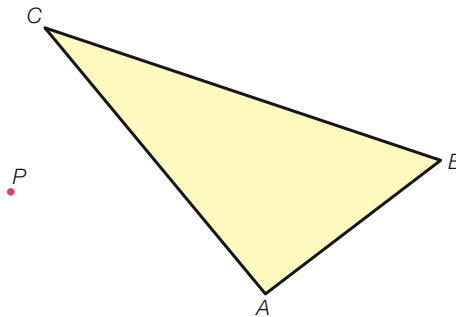
- R24** **a** Kan de kleinste draaihoek van een draaisymmetrische figuur  $50^\circ$  zijn? Waarom?  
**b** Van een draaisymmetrische figuur is de kleinste draaihoek  $30^\circ$ . Waarom is deze figuur puntsymmetrisch?  
**c** Van een draaisymmetrische figuur is de kleinste draaihoek  $40^\circ$ . Is die figuur puntsymmetrisch? Waarom?

- E25** **a** Een figuur is draaisymmetrisch. De kleinste draaihoek is een geheel aantal graden dat tussen  $10^\circ$  en  $25^\circ$  ligt. Hoeveel graden kan de kleinste draaihoek zijn? Noem alle mogelijkheden.  
**b** Een figuur is puntsymmetrisch. De kleinste draaihoek is een geheel aantal graden dat tussen  $8^\circ$  en  $30^\circ$  ligt. Hoeveel graden kan de kleinste draaihoek zijn? Noem alle mogelijkheden.

**Check** Ik kan een driehoek spiegelen in een punt.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en maak opgave L4.

- L4** Zie de figuur hieronder.  
 $\triangle ABC$  wordt gespiegeld in punt  $P$ .  
Teken het spiegelbeeld  $\triangle A'B'C'$ .



figuur 9.29

# 9.3 Bijzondere driehoeken

## Leerdoelen

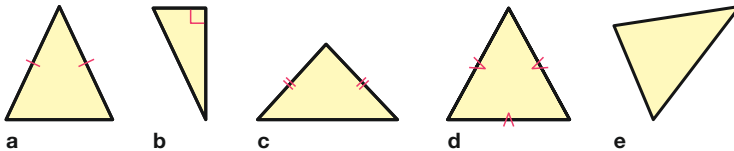
- Je kunt gelijkbenige, gelijkzijdige en rechthoekige driehoeken herkennen.
- Je kunt hoeken berekenen in gelijkbenige driehoeken.
- Je kunt hoeken berekenen in figuren met gelijkbenige driehoeken.

026



Zie de vijf driehoeken hieronder.

- Teken van de lijnsymmetrische driehoeken de symmetrieassen.
- Welke van de driehoeken is draaisymmetrisch? Bereken de kleinste draaihoek.
- Is er een driehoek bij die puntsymmetrisch is?



figuur 9.30



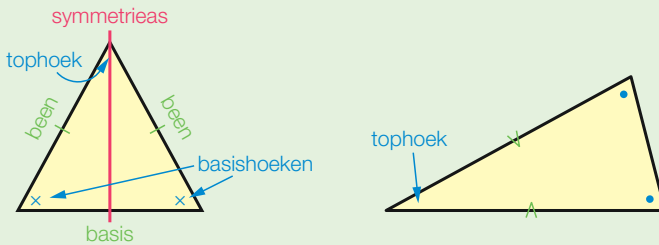
Zijden die even lang zijn, herken je aan hetzelfde tekenetje.

## Theorie A Bijzondere driehoeken

In opgave 26 ben je bijzondere driehoeken tegengekomen.

Een **gelijkbenige driehoek** is een driehoek met twee gelijke zijden. In een gelijkbenige driehoek hebben de zijden en hoeken speciale namen.

- De zijden die even lang zijn heten de **benen**, de andere zijde heet de **basis**.
- De hoeken aan de basis heten de **basishoeken**, de andere hoek heet de **tophoek**.



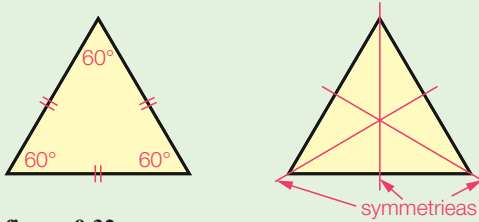
figuur 9.31

De tophoek is niet altijd de bovenste hoek.



Een gelijkbenige driehoek heeft een symmetrieas. Uit de symmetrie volgt dat in een gelijkbenige driehoek de basishoeken even groot zijn. Weet je dat van een driehoek twee hoeken even groot zijn, dan is die driehoek gelijkbenig.

Een **gelijkzijdige driehoek** is een driehoek met drie gelijke zijden.



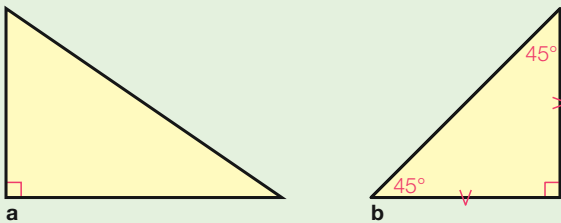
figuur 9.32

Een gelijkzijdige driehoek heeft drie symmetrieassen.  
Uit de symmetrie volgt dat in een gelijkzijdige driehoek alle hoeken even groot zijn. Dus elke hoek is  $180^\circ : 3 = 60^\circ$ .  
Een gelijkzijdige driehoek is ook draaisymmetrisch.  
De kleinste draaihoek is  $360^\circ : 3 = 120^\circ$ .

Een gelijkzijdige driehoek is een bijzondere gelijkbenige driehoek.



Een **rechthoekige driehoek** is een driehoek met een hoek van  $90^\circ$ .  
In figuur 9.33a hieronder zie je een voorbeeld van een rechthoekige driehoek.



figuur 9.33

Een geodriehoek is een driehoek die zowel rechthoekig als gelijkbenig is. Zo'n driehoek is dus een gelijkbenige rechthoekige driehoek. Zie figuur 9.33b.

**Een gelijkbenige driehoek heeft twee gelijke zijden.**  
**Een gelijkzijdige driehoek heeft drie gelijke zijden.**  
**Een rechthoekige driehoek heeft een hoek van  $90^\circ$ .**

**Leerdoel** Je kunt gelijkbenige, gelijkzijdige en rechthoekige driehoeken herkennen.

R27



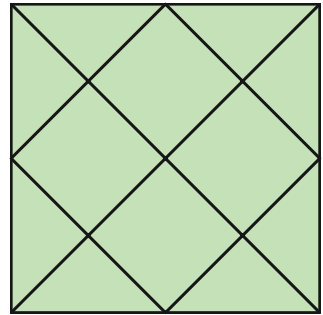
- a Mitchel zegt:  
'Elke gelijkbenige driehoek is ook een gelijkzijdige driehoek'.  
Sheng zegt:  
'Elke gelijkzijdige driehoek is ook een gelijkbenige driehoek'.  
Wie heeft er gelijk? Waarom?
- b Bestaan er gelijkzijdige rechthoekige driehoeken? Waarom?

- 28** **a** Teken de punten  $A(1, 1)$ ,  $B(4, 0)$  en  $C(3, 3)$ , en teken  $\triangle ABC$ .  
**b** Meet de zijden van  $\triangle ABC$ . Wat voor soort driehoek is  $\triangle ABC$ ?  
**c** Welke zijden zijn de benen? En welke zijde is de basis?  
**d** Welke hoeken zijn de basishoeken? En welke hoek is de tophoek?

- 29** **a** Teken de rechthoekige driehoek  $ABC$  met  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 2$  cm en  $BC = 4$  cm.  
**b** Spiegel  $\triangle ABC$  in de lijn  $BC$ . Het beeld van  $A$  is het punt  $D$ .  
 Wat voor bijzondere driehoek is  $\triangle ADC$ ?

- 30** **a** Teken de gelijkbenige driehoek  $PQR$  met  $\angle P = 90^\circ$ ,  $PQ = 3$  cm en  $PR = 3$  cm.  
**b** Welke hoek is de tophoek?  
**c** Hoeveel graden is een basishoek?

- E31** In de figuur hiernaast kun je zes vierkanten ontdekken.  
 Maar hoeveel rechthoekige driehoeken zitten er in deze figuur?

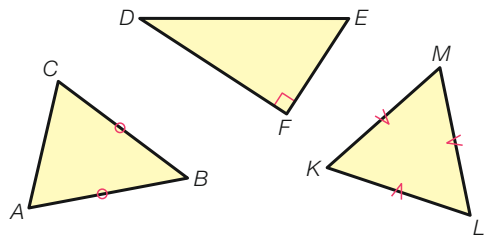


figuur 9.34

- E32** Van de gelijkbenige driehoek  $PQR$  is  $\angle R = 100^\circ$ .  
 Verder is  $PQ = 8$  cm.  
 Teken  $\triangle PQR$ .

**Check** Ik kan gelijkbenige, gelijkzijdige en rechthoekige driehoeken herkennen.  
 Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L5.

- L5** Zie de drie driehoeken hiernaast.  
**a** Welke driehoek is een rechthoekige driehoek? En welke een gelijkzijdige driehoek? En welke een gelijkbenige driehoek?  
**b** Geef in  $\triangle ABC$  aan wat de basis is en wat de benen zijn, en wat de tophoek is en wat de basishoeken zijn.



figuur 9.35

**O33** Van een gelijkbenige driehoek  $KLM$  is  $\angle K$  de tophoek met  $\angle K = 50^\circ$ .

- a Hoeveel graden zijn  $\angle L$  en  $\angle M$  samen?
- b Bereken  $\angle L$ .

**O34** Van  $\triangle DEF$  is  $DF$  even lang als  $EF$  en  $\angle D = 68^\circ$ .

**O\*** Bereken  $\angle E$  en  $\angle F$ .

In elke driehoek is de som van de drie hoeken  $180^\circ$  (hoekensom driehoek).



## Theorie B Hoeken berekenen in gelijkbenige driehoeken

Weet je van een gelijkbenige driehoek één hoek, dan kun je de twee andere hoeken berekenen. Hierbij is het van belang dat je weet wat de basishoeken zijn en wat de tophoek is. Daarom is het handig om eerst een schets te maken. In een schets hoeven de maten niet precies te kloppen. Zie het voorbeeld.

**Leerdoel** Je kunt hoeken berekenen in gelijkbenige driehoeken.

### Voorbeeld

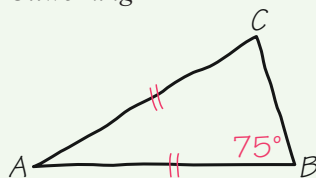
Van een gelijkbenige driehoek  $ABC$  is  $AB = AC$  en  $\angle B = 75^\circ$ .

Bereken  $\angle A$  en  $\angle C$ .

#### Aanpak

Maak een schets en zet de gegevens erin.

#### Uitwerking



$$\angle C = \angle B = 75^\circ \text{ (basishoeken)}$$

$$\angle A = 180^\circ - 2 \cdot 75^\circ = 30^\circ \text{ (hoekensom driehoek)}$$

$AB = AC$  betekent dat de zijden  $AB$  en  $AC$  even lang zijn.  $AB$  en  $AC$  zijn dus de benen.



In een schets hoeven de maten niet precies te kloppen. Geef aan welke zijden even lang zijn.

**35** Van  $\triangle ABC$  is  $AC = BC$  en  $\angle A = 35^\circ$ .

- a Maak een schets en zet de gegevens erin.
- b Welke hoeken zijn de basishoeken?
- c Hoe groot is  $\angle B$ ?
- d Bereken  $\angle C$ .

Ik zie in  $AC = BC$  de letter  $C$  twee keer, dus  $\angle C$  is de tophoek.



- 36** Van een gelijkbenige driehoek  $ABC$  is  $\angle B$  de tophoek en  $\angle A = 57^\circ$ .  
 Bereken  $\angle B$ .

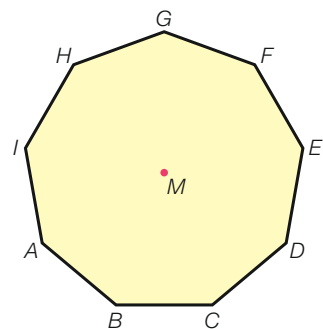
- 37** Van  $\triangle PQR$  is  $\angle P = 70^\circ$  en  $\angle R = 40^\circ$ .  
 a Bereken  $\angle Q$ .  
 b Waarom is deze driehoek gelijkbenig?  
 c Welke zijden zijn de benen? En welke zijde is de basis?

- R38** Zie de strip hieronder.  
 Wie van de twee spreekt niet de waarheid? Waarom?



- A39** Van een gelijkbenige driehoek is een van de hoeken  $96^\circ$ .  
 Bereken de twee andere hoeken.

- E40** Hiernaast is de regelmatige negenhoek  $ABCDEFGHI$  getekend. Van een regelmatige negenhoek zijn alle zijden even lang en alle hoeken even groot. Punt  $M$  is het draaipunt.  
 Bereken  $\angle A$ .



figuur 9.36

**Check** Ik kan hoeken berekenen in gelijkbenige driehoeken.  
 Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en maak opgave L6.

- L6** Van  $\triangle PQR$  is  $PQ = QR$  en  $\angle Q = 32^\circ$ .  
 Bereken  $\angle P$  en  $\angle R$ .

**041** Naast de regels *hoekensom driehoek* en *basishoeken*

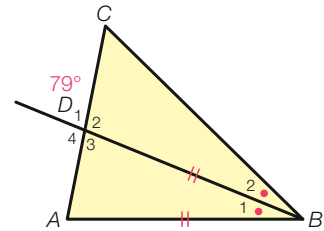
ken je ook nog de regels

- rechte hoek
- gestrekte hoek
- overstaande hoeken.

Bij het berekenen van hoeken zet je de gebruikte regel er tussen haakjes achter.

In de figuur hiernaast is  $\angle D_1 = 79^\circ$ ,  $AB = BD$  en  $\angle B_1 = \angle B_2$ .

- Bereken  $\angle D_3$  en  $\angle D_2$ .
- Bereken  $\angle A$  en  $\angle B_1$ .
- Bereken  $\angle B_2$  en  $\angle C$ .



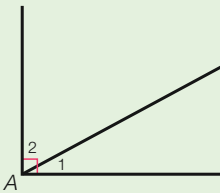
figuur 9.37

### Theorie C Hoeken in figuren met gelijkbenige driehoeken

Voor het berekenen van hoeken ken je de volgende regels.

#### Regels bij het berekenen van hoeken

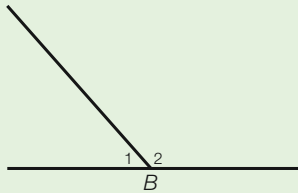
Een rechte hoek is  $90^\circ$ .



$$\angle A_1 + \angle A_2 = 90^\circ$$

(rechte hoek)

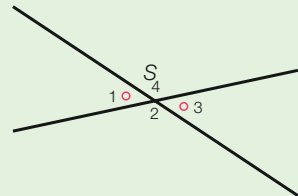
Een gestrekte hoek is  $180^\circ$ .



$$\angle B_1 + \angle B_2 = 180^\circ$$

(gestrekte hoek)

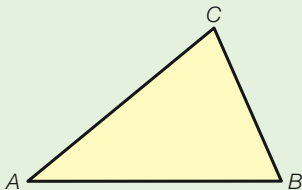
Overstaande hoeken zijn gelijk.



$$\angle S_1 = \angle S_3$$

(overstaande hoeken)

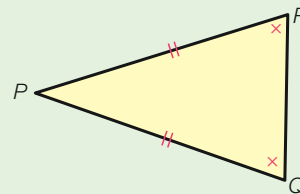
De drie hoeken van een driehoek zijn samen  $180^\circ$ .



$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

(hoekensom driehoek)

In een gelijkbenige driehoek zijn de basishoeken gelijk.



$$\angle Q = \angle R$$

(basishoeken)

Bij het berekenen van hoeken zet je de berekening erbij en zet je de gebruikte regel er tussen haakjes achter. Zie het voorbeeld op de volgende bladzijde.

**Leerdoel** Je kunt hoeken berekenen in figuren met gelijkbenige driehoeken.

## Voorbeeld

Hiernaast zie je  $\triangle ABC$  met  $AC = BC$ .

Verder is  $\angle C = 84^\circ$  en  $\angle A_1 = \angle A_2$ .

Bereken  $\angle A_1$ ,  $\angle B$  en  $\angle S_3$ .

### Aanpak

$\triangle ABC$  is gelijkbenig met  $AC = BC$ , dus  $\angle C$  is de tophoek en  $\angle A$  en  $\angle B$  zijn de basishoeken.

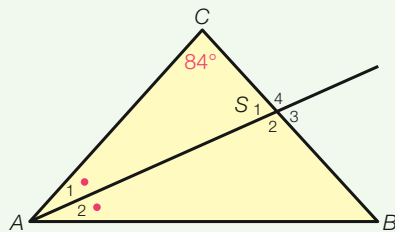
### Uitwerking

In  $\triangle ABC$  is  $\angle A + \angle B = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$  (hoekensom driehoek).

$\angle B = \angle A = 96^\circ : 2 = 48^\circ$  (basishoeken), dus  $\angle A_1 = 48^\circ : 2 = 24^\circ$ .

In  $\triangle ASC$  is  $\angle S_1 = 180^\circ - 24^\circ - 84^\circ = 72^\circ$  (hoekensom driehoek).

$\angle S_3 = \angle S_1 = 72^\circ$  (overstaande hoeken)



figuur 9.38  $\triangle ABC$  is gelijkbenig met  $AC = BC$ .

**42** In de figuur hiernaast is  $\angle S_2 = 64^\circ$ . Verder is  $AS = BS$  en  $AC = AS$ .

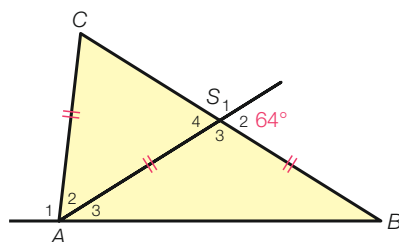
a Wat voor bijzondere driehoek is  $\triangle ABS$ ?

Bereken  $\angle S_3$  en  $\angle B$ .

b Wat voor bijzondere driehoek is  $\triangle ASC$ ?

Bereken  $\angle S_4$  en  $\angle C$ .

c Bereken  $\angle A_1$ .

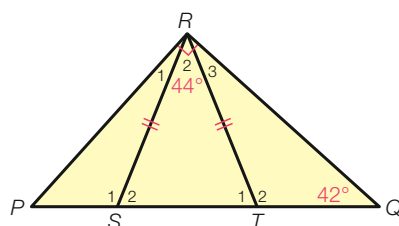


figuur 9.39

**43** In de rechthoekige driehoek  $PQR$  hiernaast is  $\angle Q = 42^\circ$  en  $\angle R = 90^\circ$ . Verder is  $\angle R_2 = 44^\circ$  en  $RS = RT$ .

a Bereken  $\angle S_2$  en  $\angle T_2$ .

b Bereken  $\angle R_1$  en  $\angle R_3$ .



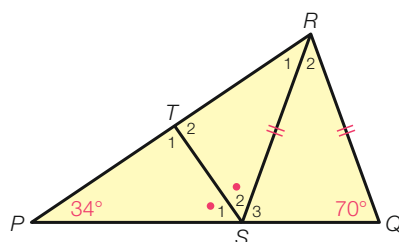
figuur 9.40

**44** In de figuur hiernaast is  $SR = QR$ ,  $\angle P = 34^\circ$  en  $\angle Q = 70^\circ$ . Verder is  $\angle S_1 = \angle S_2$ .

a Bereken  $\angle S_3$  en  $\angle R_2$ .

b Bereken  $\angle S_1$  en  $\angle S_2$ .

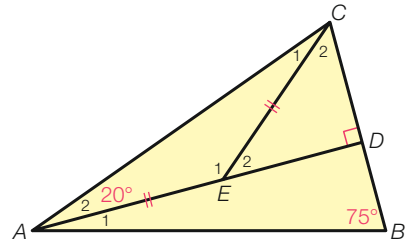
c Bereken  $\angle R_1$  en  $\angle T_2$ .



figuur 9.41

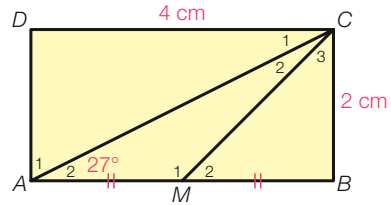
- A45** In de figuur hiernaast is  $\angle A_2 = 20^\circ$  en  $\angle B = 75^\circ$ .  
 Verder is  $AD \perp BC$  en is  $AE = CE$ .  
 Bereken  $\angle A_1$ ,  $\angle E_1$  en  $\angle C_2$ .

$AD \perp BC$  betekent dat  $AD$  en  $BC$  loodrecht op elkaar staan.



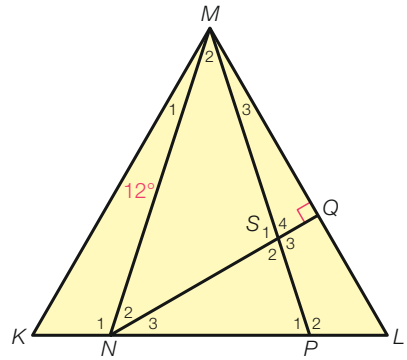
figuur 9.42

- A46** In rechthoek  $ABCD$  in de figuur hiernaast is  $\angle A_2 = 27^\circ$ . Verder is  $BC = 2$  cm,  $CD = 4$  cm en is  $M$  het midden van  $AB$ .  
 Bereken  $\angle C_2$ .



figuur 9.43

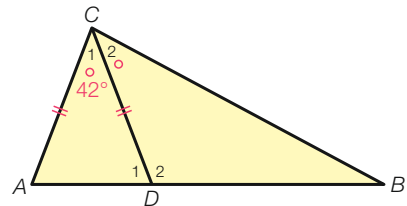
- A47** In de figuur hiernaast is
- $\triangle KLM$  gelijkzijdig
  - $\triangle NPM$  gelijkbenig met  $MN = MP$ .
- Verder is  $\angle M_1 = 12^\circ$  en  $NQ \perp LM$ .
- a Bereken  $\angle N_2$ .
  - b Bereken  $\angle M_2$ .
  - c Bereken  $\angle S_2$ .



figuur 9.44

**Check** Ik kan hoeken berekenen in figuren met gelijkbenige driehoeken.  
 Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie C en maak opgave L7.

- L7** In de figuur hiernaast is  $AC = CD$ ,  $\angle C_1 = 42^\circ$  en  $\angle C_1 = \angle C_2$ .  
 Bereken  $\angle D_1$ ,  $\angle D_2$  en  $\angle B$ .



figuur 9.45

# 9.4 Bijzondere vierhoeken

## Leerdoelen

- Je kunt een parallellogram herkennen en tekenen.
- Je kunt een ruit herkennen en tekenen.

048



- Teken de punten  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  en  $C(0, 1)$ , en teken  $\triangle ABC$ .
- Teken het midden  $M$  van zijde  $BC$ .
- Spiegel  $\triangle ABC$  in punt  $M$ . Het beeld van  $A$  is het punt  $D$ .
- Is  $AB \parallel CD$ ? En is  $BD \parallel AC$ ?

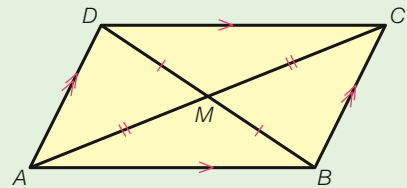
$AB \parallel CD$  betekent dat  $AB$  en  $CD$  evenwijdig zijn.

## Theorie A Parallellogram

Door  $\triangle ABC$  hiernaast te spiegelen in het midden  $M$  van zijde  $AC$  ontstaat de puntsymmetrische vierhoek  $ABCD$ .

Van vierhoek  $ABCD$  zijn de **overstaande zijden**  $AB$  en  $CD$  evenwijdig, evenals de overstaande zijden  $BC$  en  $AD$ .

Een ander woord voor evenwijdig is parallel. Daarom heet deze vierhoek **parallellogram**.



figuur 9.46

**Een parallellogram is een vierhoek waarvan beide paren overstaande zijden evenwijdig zijn.**

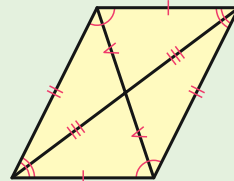
In het parallellogram heten  $\angle A$  en  $\angle C$  overstaande hoeken, net als  $\angle B$  en  $\angle D$ .



Een parallellogram heeft de volgende eigenschappen.

### Eigenschappen van een parallellogram:

- Een parallellogram is puntsymmetrisch.
- De overstaande zijden zijn even lang.
- De diagonalen delen elkaar middendoor.
- De overstaande hoeken zijn even groot.



**Leerdoel** Je kunt een parallellogram herkennen en tekenen.

49



- Teken de punten  $P(2, 0)$ ,  $Q(7, 0)$  en  $M(5, 2)$ .
- Teken parallellogram  $PQRS$  waarvan  $M$  het snijpunt van de diagonalen is.

50



- a Teken parallellogram  $ABCD$  met  $AB = 6$  cm,  $AD = 4$  cm en  $\angle A = 63^\circ$ .
- b Teken de diagonalen van het parallellogram en noem het snijpunt  $S$ .  
Staan de diagonalen loodrecht op elkaar?
- c Wordt  $\angle A$  door diagonaal  $AC$  middendoor gedeeld?
- d Is het parallellogram lijnsymmetrisch?



51



- a Teken op een los blaadje het parallellogram  $ABCD$  met  $AB = 5$  cm,  $AD = 3$  cm en  $\angle A = 50^\circ$ . Teken diagonaal  $AC$ .
- b Knip het parallellogram uit en knip het langs diagonaal  $AC$  doormidden.  
Passen de twee driehoeken precies op elkaar?
- c Door de twee driehoeken tegen elkaar aan te leggen, kun je er een ander parallellogram van maken.  
Op hoeveel manieren kan dat?
- d Plak de driehoeken in je schrift. Doe het zo, dat je een ander parallellogram krijgt dan waarmee je begonnen bent.

A52



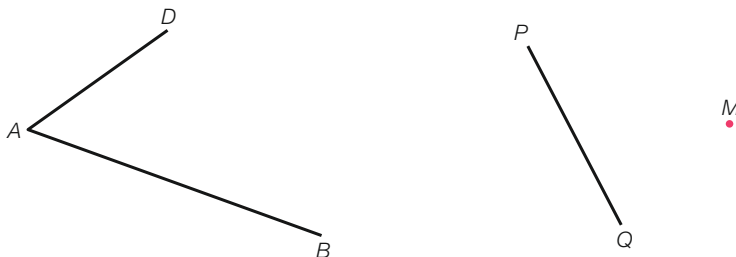
- a Teken de punten  $P(1, 1)$ ,  $Q(3, -1)$  en  $R(5, 2)$ .
- b De punten  $P$ ,  $Q$  en  $R$  zijn de hoekpunten van parallellogram  $PQRS$ .  
Teken het parallellogram en geef de coördinaten van hoekpunt  $S$ .
- c Teken parallellogram  $PQTR$ .

**Check** Ik kan een parallellogram herkennen en tekenen.

Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L8.

L8

- a Hieronder zijn  $AB$  en  $AD$  zijden van parallellogram  $ABCD$ .  
Maak parallellogram  $ABCD$  af.
- b Hieronder is  $PQ$  een zijde van parallellogram  $PQRS$  en is  $M$  het snijpunt van de diagonalen.  
Maak parallellogram  $PQRS$  af.



figuur 9.47

053

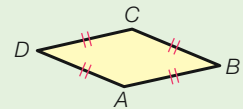


- a Teken de gelijkbenige driehoek  $ABC$  met  $\angle A = 50^\circ$  en  $AB = AC = 3$  cm.
- b  $M$  is het midden van zijde  $BC$ .  
Spiegel  $\triangle ABC$  in punt  $M$ . Het beeld van  $A$  is het punt  $D$ .
- c Vierhoek  $ABDC$  is een bijzonder parallellogram.  
Wat voor bijzonders valt je op aan de zijden?
- d Vierhoek  $ABDC$  is niet alleen puntsymmetrisch, maar ook lijnsymmetrisch.  
Hoeveel symmetrieassen zijn er? Teken ze.

## Theorie B Ruit

In opgave 53 heb je een bijzonder parallellogram getekend. Het bijzondere is dat alle zijden even lang zijn. Zo'n parallellogram heet een **ruit**.

Hiernaast zie je ruit  $ABCD$ .



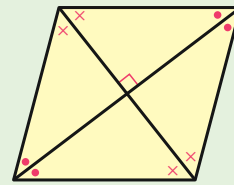
figuur 9.48

**Een ruit is een vierhoek waarvan alle zijden even lang zijn.**

Een ruit heeft de volgende eigenschappen.

### Eigenschappen van een ruit:

- De diagonalen zijn symmetrieassen.
- De diagonalen staan loodrecht op elkaar.
- De diagonalen delen de hoeken middendoor.
- Alle eigenschappen van een parallellogram gelden ook voor een ruit.



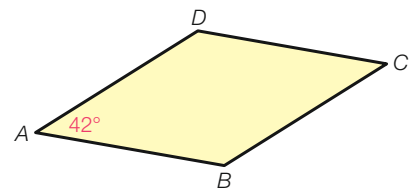
**Leerdoel** Je kunt een ruit herkennen en tekenen.

R54



Zie de eigenschappen van een ruit in de theorie hierboven, en ruit  $ABCD$  hiernaast met  $\angle A = 42^\circ$ .

- a Hoe groot is  $\angle C$ ?
- b Teken de diagonalen van de ruit. De diagonalen snijden elkaar in punt  $S$ . Hoe groot zijn de hoeken bij  $S$ ?
- c Diagonaal  $AC$  verdeelt  $\angle A$  in  $\angle A_1$  en  $\angle A_2$ .  
Hoe groot zijn  $\angle A_1$  en  $\angle A_2$ ?
- d Diagonaal  $BD$  verdeelt  $\angle B$  in  $\angle B_1$  en  $\angle B_2$ .  
Hoe groot zijn  $\angle B_1$  en  $\angle B_2$ ?
- e Welke zijde van de ruit is evenwijdig met  $AB$ ?
- f Als  $AC = 6$  cm, hoe lang is dan  $AS$ ?
- g Als  $BS = 2$  cm, hoe lang is dan  $BD$ ?



figuur 9.49

- 55**  **a** Teken de punten  $A(1, 1)$ ,  $B(4, 2)$  en  $D(2, 4)$ .  
 **b** Teken de lijnstukken  $AB$  en  $AD$ . Dit zijn twee zijden van ruit  $ABCD$ .  
 Maak de ruit af.  
**c** Teken de symmetrieassen van de ruit.

- 56**     **a** Teken ruit  $ABCD$  met  $AB = 4$  cm en  $\angle A = 116^\circ$ .  
    **b** Teken de symmetrieassen van de ruit.  
**c**  $S$  is het snijpunt van de symmetrieassen.  
 Hoe groot zijn  $\angle A$  en  $\angle S$  in  $\triangle ABS$ ?

- A57**     **a** Teken de punten  $A(3, 1)$  en  $C(5, 7)$ .  
    **b** Teken de ruit  $ABCD$  zo, dat  $BD = 4$  cm.

- R58**     Welke van de volgende uitspraken zijn juist?  
    1 Elke ruit is een parallellogram.  
    2 Elk vierkant is een ruit.  
    3 Elke rechthoek is een parallellogram.  
    4 Elke ruit is een vierkant.

**Check** Ik kan een ruit herkennen en tekenen.  
 Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en maak opgave L9.

- L9** **a** Van ruit  $PQRS$  is gegeven dat diagonaal  $PR = 8$  cm en  
 diagonaal  $QS = 5$  cm.  
 Teken ruit  $PQRS$ .  
**b** Van ruit  $KLMN$  is gegeven dat  $KL = 4$  cm en  $\angle K = 52^\circ$ .  
 Teken ruit  $KLMN$ .



Het Huis van de Stad in Gouda.



De Braziliaanse vlag.

# 9.5 Z-hoeken en F-hoeken

## Leerdoelen

- Je kunt Z-hoeken en F-hoeken herkennen en gebruiken bij het berekenen van hoeken.
- Je kunt hoeken berekenen in figuren met evenwijdige lijnen.

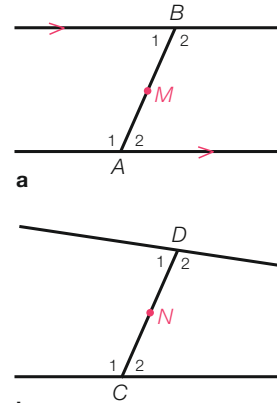
059  
□ ⊗ \*

In figuur 9.50a zie je twee evenwijdige lijnen die verbonden zijn door lijnstuk  $AB$ . Het punt  $M$  is het midden van  $AB$ . De figuur is draaisymmetrisch met draaipunt  $M$ .

- Welke hoek is gelijk aan  $\angle A_2$ ?
- Welke hoek is gelijk aan  $\angle A_1$ ?

In figuur 9.50b is  $N$  het midden van lijnstuk  $CD$ . De lijnen door  $C$  en  $D$  zijn niet evenwijdig.

- Is  $\angle C_2 = \angle D_1$ ? En is  $\angle C_1 = \angle D_2$ ? Waarom?



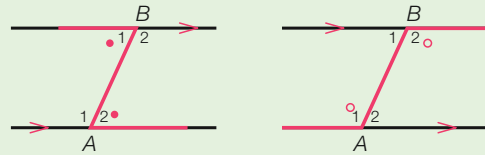
**a**  
**b**  
figuur 9.50

## Theorie A Z-hoeken

De hoeken  $\angle A_2$  en  $\angle B_1$  hiernaast heten **Z-hoeken**. Ze zijn gelijk.

In figuren met evenwijdige lijnen kunnen Z-hoeken voorkomen.

Ook  $\angle A_1$  en  $\angle B_2$  hiernaast zijn Z-hoeken.

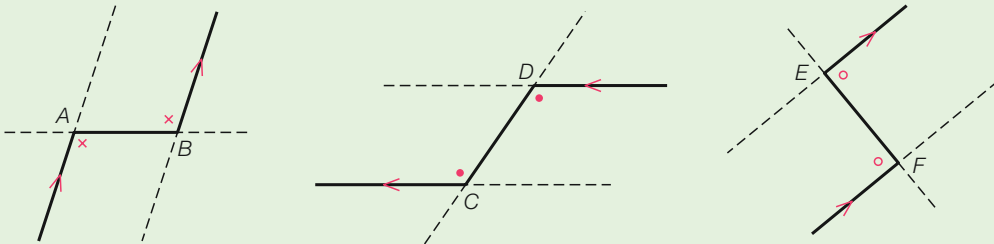


**a**  
figuur 9.51

**b**

In een Z-figuur zijn twee lijnen evenwijdig en zijn de Z-hoeken gelijk.

Hieronder zie je dat Z-figuren in allerlei standen voorkomen.



figuur 9.52 Voorbeelden van Z-hoeken.

**Leerdoel** Je kunt Z-hoeken herkennen en gebruiken bij het berekenen van hoeken.

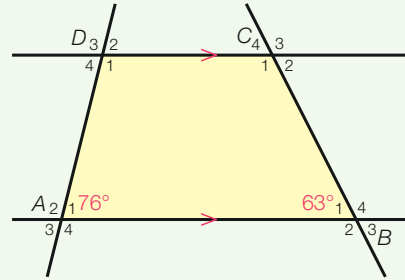
### Voorbeeld

In de figuur hiernaast is  $AB \parallel CD$ ,  $\angle A_1 = 76^\circ$  en  $\angle B_1 = 63^\circ$ .

- Welke Z-hoek hoort bij  $\angle D_1$ ?
- Bereken  $\angle D_4$  en  $\angle C_1$ .

#### Uitwerking

- $\angle A_2$
- $\angle D_4 = \angle A_1 = 76^\circ$  (Z-hoeken)  
 $\angle C_2 = \angle B_1 = 63^\circ$  (Z-hoeken)  
 $\angle C_1 = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$  (gestrekte hoek)



figuur 9.53

**60** Zie de figuur hiernaast.

Vul in.

- $\angle A_1$  en  $\angle \dots$  zijn Z-hoeken.
- $\angle C_2$  en  $\angle \dots$  zijn Z-hoeken.
- $\angle D_1$  en  $\angle \dots$  zijn Z-hoeken.

**61** Zie de figuur hiernaast.

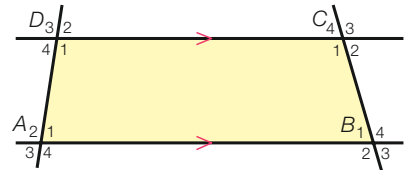
Vul in.

- $\angle S_4$  en  $\angle \dots$  zijn Z-hoeken.  
 $\angle R_1$  en  $\angle \dots$  zijn Z-hoeken.
- Bij  $\angle P_2$  horen twee Z-figuren.  
Dus  $\angle P_2$  en  $\angle \dots$  zijn Z-hoeken en  
ook  $\angle P_2$  en  $\angle \dots$  zijn Z-hoeken.
- Bij  $\angle R_2$  horen de Z-hoeken  
 $\angle \dots$  en  $\angle \dots$ .

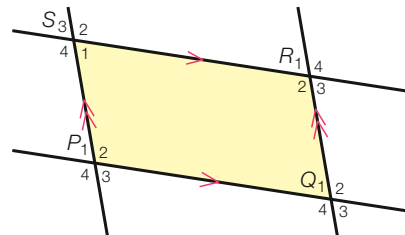
**62** In de figuur hiernaast is  $AD \parallel BC$ ,  $\angle A_2 = 102^\circ$  en  $\angle C_3 = 72^\circ$ .

\*

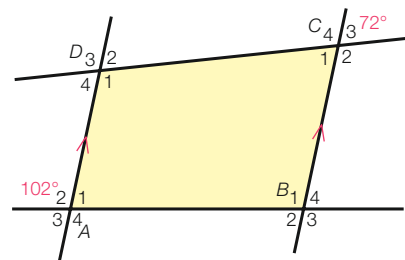
- Welke Z-hoek hoort bij  $\angle A_1$ ? En welke bij  $\angle C_1$ ?
- Bereken  $\angle B_2$ .
- Bereken  $\angle D_3$ .



figuur 9.54

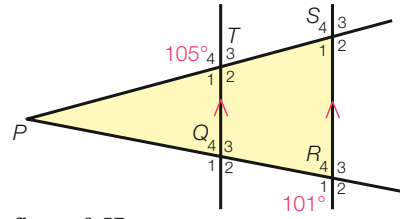


figuur 9.55



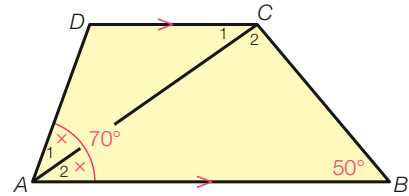
figuur 9.56

- 63** In de figuur hiernaast is  $QT \parallel RS$ ,  $\angle T_4 = 105^\circ$  en  $\angle R_1 = 101^\circ$ . Bereken  $\angle P$ .



figuur 9.57

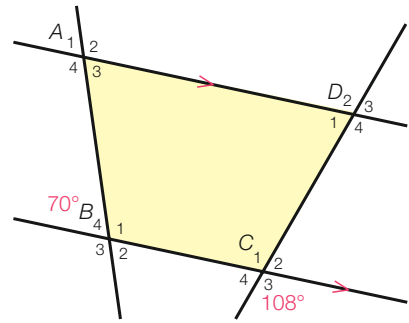
- A64** Gegeven is vierhoek  $ABCD$  in de figuur hiernaast met  $AB \parallel CD$ ,  $\angle A_{12} = 70^\circ$  en  $\angle B = 50^\circ$ . Verder is  $\angle A_1 = \angle A_2$ .
- Bereken  $\angle D$ .
  - Bereken  $\angle C_{12}$ .



figuur 9.58

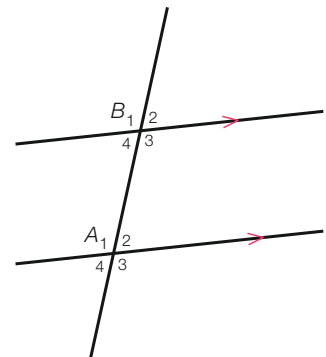
**Check** Ik kan Z-hoeken herkennen en gebruiken bij het berekenen van hoeken. Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie A en maak opgave L10.

- L10** In de figuur hiernaast is  $AD \parallel BC$ ,  $\angle B_4 = 70^\circ$  en  $\angle C_3 = 108^\circ$ .
- Welke Z-hoek hoort bij  $\angle A_4$ ? En welke bij  $\angle D_4$ ?
  - Bereken  $\angle A_3$  en  $\angle D_1$ .



figuur 9.59

- 65** Zie de figuur hiernaast.
- Vul in.  
 $\angle B_3$  en ..... zijn Z-hoeken.  
 $\angle A_3$  en ..... zijn overstaande hoeken.
  - Waarom zijn  $\angle A_3$  en  $\angle B_3$  aan elkaar gelijk?
  - Is  $\angle A_4$  gelijk aan  $\angle B_4$ ? Waarom?



figuur 9.60

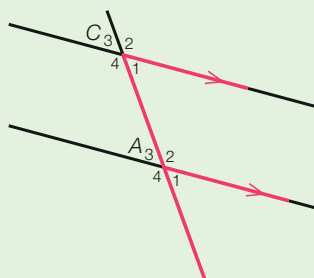
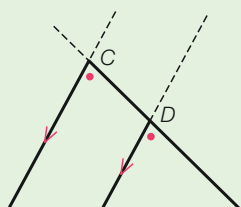
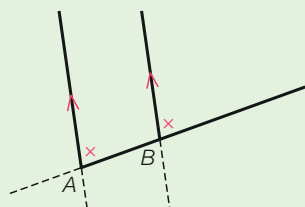
## Theorie B F-hoeken

De hoeken  $\angle A_1$  en  $\angle C_1$  in de figuur hiernaast heten **F-hoeken**. Ze zijn gelijk.

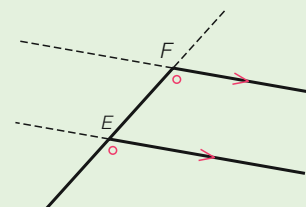
In figuren met evenwijdige lijnen kunnen F-hoeken voorkomen.

**In een F-figuur zijn twee lijnen evenwijdig en zijn de F-hoeken gelijk.**

Hieronder zie je dat F-figuren in allerlei standen voorkomen.



figuur 9.61



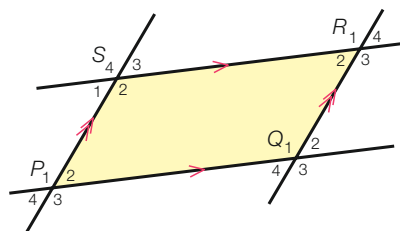
figuur 9.62 Voorbeelden van F-hoeken.

**Leerdoel** Je kunt F-hoeken herkennen en gebruiken bij het berekenen van hoeken.

**66** Zie de figuur hiernaast.

Vul in.

- a Bij  $\angle S_1$  horen twee F-figuren:  
 $\angle S_1$  en  $\angle P_4$  zijn F-hoeken en ook  
 $\angle S_1$  en ..... zijn F-hoeken.
- b Bij  $\angle Q_1$  horen de F-hoeken ..... en .....
- c Bij  $\angle P_3$  horen de F-hoeken ..... en .....

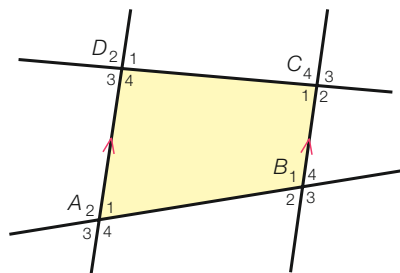


figuur 9.63

**67** Zie de figuur hiernaast.

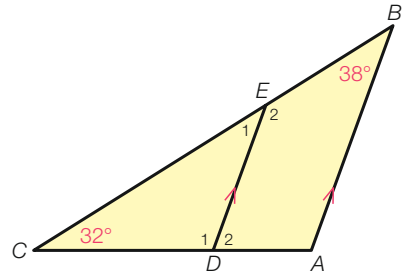
\*

- a Welke F-hoek hoort bij  $\angle D_4$ ? En welke Z-hoek?
- b Welke F-hoek hoort bij  $\angle A_4$ ? En welke Z-hoek?
- c Schrijf alle hoeken op die gelijk zijn aan  $\angle A_4$ .
- d Schrijf alle hoeken op die gelijk zijn aan  $\angle D_4$ .



figuur 9.64

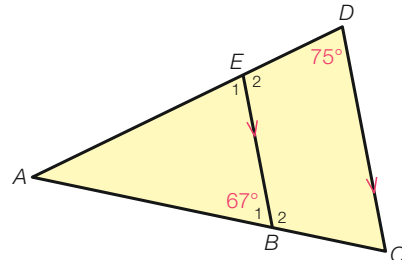
- A68** Gegeven is  $\triangle ABC$  hiernaast met  $\angle B = 38^\circ$ ,  
 $\angle C = 32^\circ$ . Verder is  $AB \parallel DE$ .  
 Bereken  $\angle E_1$  en  $\angle D_2$ .



figuur 9.65

**Check** Ik kan F-hoeken herkennen en gebruiken bij het berekenen van hoeken.  
 Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie B en maak opgave L11.

- L11** Gegeven is  $\triangle ACD$  hiernaast met  $\angle D = 75^\circ$ .  
 Verder is  $\angle B_1 = 67^\circ$  en  $BE \parallel CD$ .  
 a Welke F-hoek hoort bij  $\angle C$ ? Hoe groot is  $\angle C$ ?  
 b Bereken  $\angle E_2$ .



figuur 9.66

### Theorie C Hoeken in figuren met evenwijdige lijnen

In figuren met evenwijdige lijnen kun je F-hoeken en Z-hoeken gebruiken bij het berekenen van hoeken. Zet er dan tussen haakjes als toelichting bij 'F-hoeken' of 'Z-hoeken'.  
 Hieronder staan de regels die je bij het berekenen van hoeken hebt gehad.

#### Regels bij hoeken berekenen

rechte hoek

gestrekte hoek

overstaande hoeken

hoekensom driehoek

basishoeken

F-hoeken

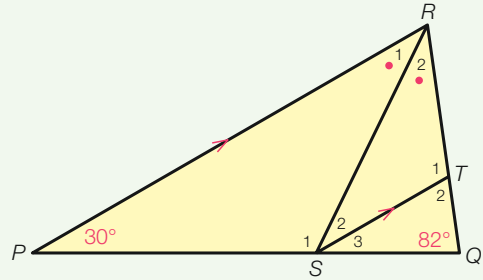
Z-hoeken



**Leerdoel** Je kunt hoeken berekenen in figuren met evenwijdige lijnen.

### Voorbeeld

Gegeven is  $\triangle PQR$  hiernaast met  $\angle P = 30^\circ$  en  $\angle Q = 82^\circ$ . Verder is  $\angle R_1 = \angle R_2$  en is  $ST \parallel PR$ .  
Bereken  $\angle S_2$ .



figuur 9.67

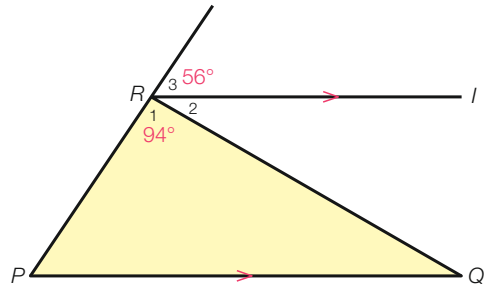
### Aanpak

- Bereken  $\angle R_{12}$  in  $\triangle PQR$ .
- Bereken vervolgens  $\angle R_1$ .
- Je weet dan  $\angle S_2$ , want  $\angle R_1$  en  $\angle S_2$  zijn Z-hoeken.

### Uitwerking

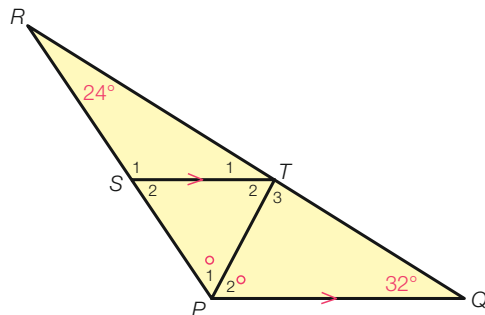
In  $\triangle PQR$  is  $\angle R_{12} = 180^\circ - 30^\circ - 82^\circ = 68^\circ$  (hoekensom driehoek).  
 $\angle R_1 = 68^\circ : 2 = 34^\circ$   
 $\angle S_2 = \angle R_1 = 34^\circ$  (Z-hoeken)

- 69** In de figuur hiernaast is de halve lijn  $l$  evenwijdig met  $PQ$ . Verder is  $\angle R_1 = 94^\circ$  en  $\angle R_3 = 56^\circ$ .  
Bereken  $\angle Q$ .



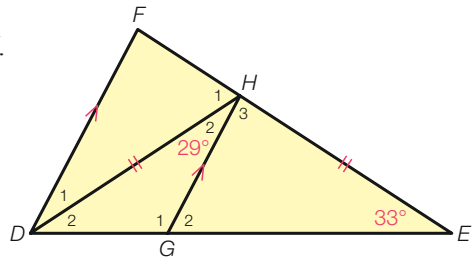
figuur 9.68

- 70** Gegeven is  $\triangle PQR$  hiernaast met  $\angle Q = 32^\circ$  en  $\angle R = 24^\circ$ . Verder is  $\angle P_1 = \angle P_2$  en is  $ST \parallel PQ$ .  
**a** Bereken  $\angle S_1$ .  
**b** Bereken  $\angle T_2$  en  $\angle T_3$ .



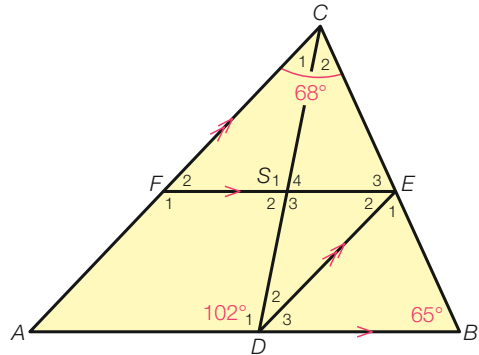
figuur 9.69

- A71** Gegeven is  $\triangle DEF$  hiernaast met  $\angle E = 33^\circ$ .  
 Verder is  $\angle H_2 = 29^\circ$ ,  $DF \parallel GH$  en  $DH = EH$ .  
 Bereken  $\angle F$ ,  $\angle G_1$ ,  $\angle H_1$  en  $\angle H_3$ .



figuur 9.70

- A72** Gegeven is  $\triangle ABC$  hiernaast met  
 $\angle C_{12} = 68^\circ$ ,  $\angle B = 65^\circ$  en  $\angle D_1 = 102^\circ$ .  
 Verder is  $AC \parallel DE$  en  $AB \parallel EF$ .  
 Bereken  $\angle S_2$ ,  $\angle D_3$  en  $\angle C_1$ .

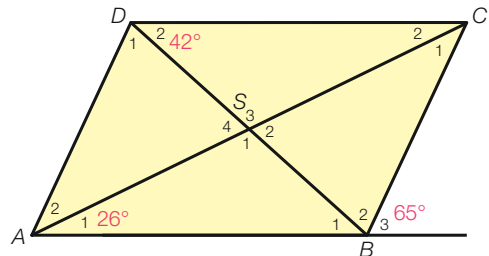


figuur 9.71

- 73** Hiernaast zie je parallellogram  $ABCD$  met  
 $\angle A_1 = 26^\circ$ ,  $\angle D_2 = 42^\circ$  en  $\angle B_3 = 65^\circ$ .  
 Bereken  $\angle C_1$ ,  $\angle D_1$  en  $\angle S_1$ .

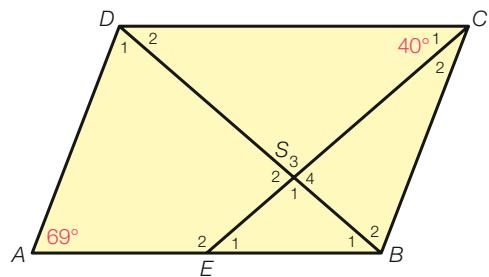


Maak je bij het berekenen van hoeken gebruik van een eigenschap van een parallellogram, dan zet je er tussen haakjes achter parallellogram.



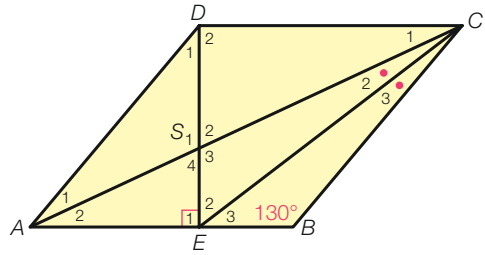
figuur 9.72

- A74** Gegeven is parallellogram  $ABCD$   
 hiernaast met  $\angle A = 69^\circ$  en  $\angle C_1 = 40^\circ$ .  
 Verder is  $AB = BD$ .  
 Bereken  $\angle E_1$ ,  $\angle D_{12}$  en  $\angle S_1$ .



figuur 9.73  $AB = BD$

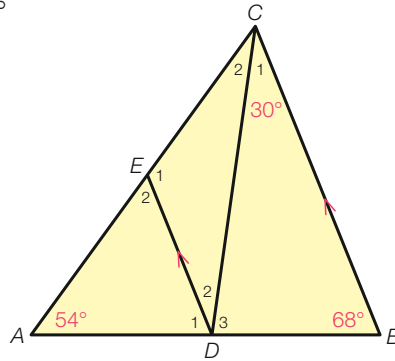
- A75** Hiernaast zie je ruit  $ABCD$  met  $\angle B = 130^\circ$ .  
 \* Verder is  $DE \perp AB$  en  $\angle C_2 = \angle C_3$ .  
 Bereken  $\angle E_2$ .



figuur 9.74

**Check** Ik kan hoeken berekenen in figuren met evenwijdige lijnen.  
 Beheers je dit leerdoel nog niet? Bestudeer dan theorie C en maak opgave L12.

- L12** Zie  $\triangle ABC$  hiernaast met  $\angle A = 54^\circ$ ,  $\angle B = 68^\circ$   
 en  $\angle C_1 = 30^\circ$ . Verder is  $BC \parallel DE$ .
- Bereken  $\angle C_2$ .
  - Bereken  $\angle D_1$  en  $\angle E_2$ .
  - Bereken  $\angle D_2$  en  $\angle D_3$ .



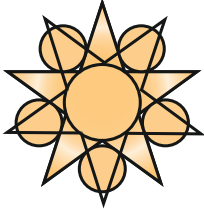
figuur 9.75

# Gemengde opgaven

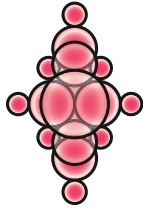
**1** Zie de vier figuren hieronder.



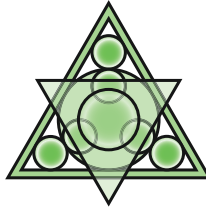
- Welke figuren zijn lijnsymmetrisch? Teken de symmetrieassen.
- Welke figuren zijn draaisymmetrisch? Bereken de kleinste draaihoek.
- Welke figuren zijn puntsymmetrisch?



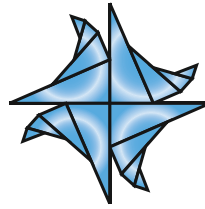
a



b



c



d

figuur 9.76

**2** Vul *ja* of *nee* in.

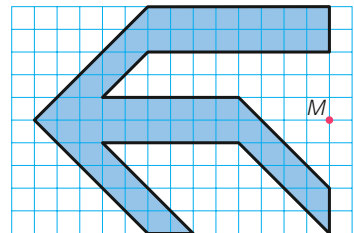


	parallelogram	ruit	rechthoek	vierkant
Zijn de overstaande zijden evenwijdig?				
Zijn de overstaande zijden even lang?				
Zijn de overstaande hoeken even groot?				
Is de vierhoek lijnsymmetrisch?				
Is de vierhoek puntsymmetrisch?				
Staan de diagonalen loodrecht op elkaar?				
Delen de diagonalen elkaar middendoor?				
Delen de diagonalen de hoeken middendoor?				

**3** Zie de figuur hiernaast.



- Spiegel de figuur op [WERKBLAD 9.1](#) in punt *M*.
- Door te spiegelen in *M* ontstaat het logo van de NS (Nederlandse Spoorwegen). Controleer of je goed gespiegeld hebt.
- Waarom is het logo draaisymmetrisch?
- Is het logo ook lijnsymmetrisch?



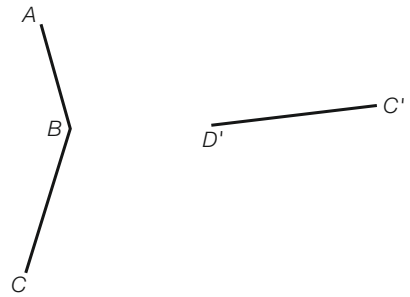
figuur 9.77

**4** Kan de kleinste draaihoek van een



- draaisymmetrische figuur  $72^\circ$  zijn? Waarom?
- puntsymmetrische figuur  $72^\circ$  zijn? Waarom?
- lijnsymmetrische figuur  $72^\circ$  zijn? Waarom?

- 5** Vierhoek  $A'B'C'D'$  ontstaat door vierhoek  $ABCD$  te spiegelen in een lijn. Hiernaast zie je een gedeelte van vierhoek  $ABCD$  en een gedeelte van vierhoek  $A'B'C'D'$ .  
Teken  $ABCD$  en  $A'B'C'D'$  op [▶WERKBLAD 9.2].

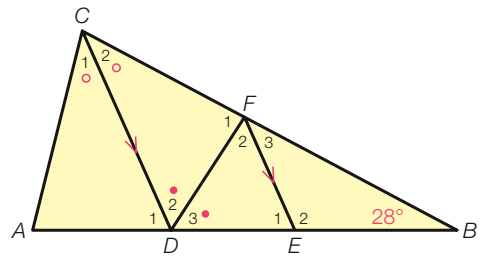


figuur 9.78

- 6** a Teken parallellogram  $ABCD$  met  $AB = AD = 4$  cm en  $\angle A = 55^\circ$ .  
b Wat voor bijzonder parallellogram heb je nu getekend?  
c Noem het snijpunt van de diagonalen  $S$  en bereken de hoeken van  $\triangle ABS$ .

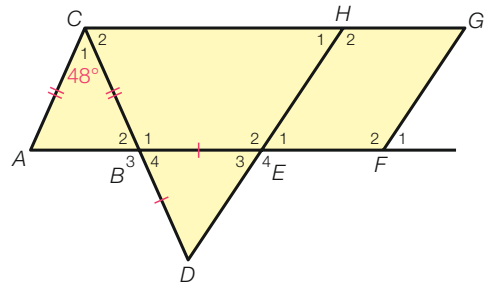
- 7** a Teken de punten  $P(-3, 2)$  en  $R(4, 4)$ , en teken ruit  $PQRS$  met  $QS = 4$  cm.  
b Teken in een nieuwe figuur de punten  $A(-2, 2)$ ,  $C(3, 0)$  en  $D(1, 4)$ , en teken parallellogram  $ABCD$ .  
c Teken in de figuur van vraag b parallellogram  $ACED$ .

- 8**  $\triangle ABC$  hiernaast is gelijkbenig met  $AB = BC$  en  $\angle B = 28^\circ$ . Verder is  $CD \parallel EF$ ,  $\angle C_1 = \angle C_2$  en  $\angle D_2 = \angle D_3$ . Bereken  $\angle C_1$ ,  $\angle D_3$ ,  $\angle E_2$  en  $\angle F_2$ .



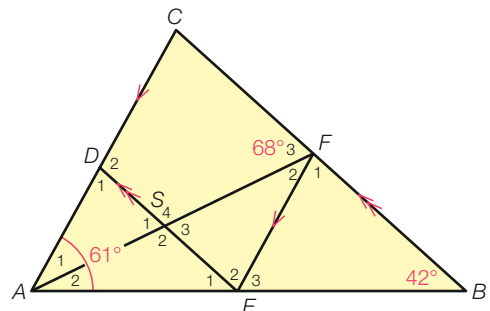
figuur 9.79  $\triangle ABC$  is gelijkbenig met  $AB = BC$ .

- 9** Hiernaast zijn  $\triangle ABC$  en  $\triangle BDE$  gelijkbenig met  $AC = BC$  en  $BD = BE$ . Verder is  $\angle C = 48^\circ$  en is  $EFGH$  een parallellogram. Bereken  $\angle D$  en  $\angle F_2$ .



figuur 9.80

- 10** Gegeven is  $\triangle ABC$  hiernaast met  $AC \parallel EF$  en  $DE \parallel BC$ . Verder is  $\angle A_{12} = 61^\circ$ ,  $\angle B = 42^\circ$  en  $\angle F_3 = 68^\circ$ . Bereken  $\angle S_4$ ,  $\angle F_1$  en  $\angle A_1$ .



figuur 9.81

# Samenvatting

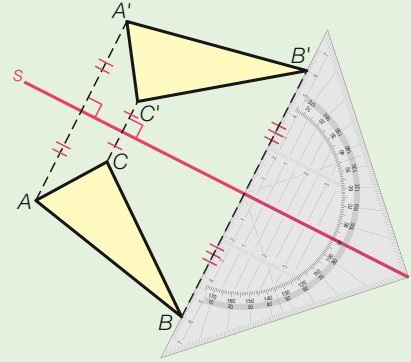
## 9.1 Lijnsymmetrie

blz 139 Een figuur is lijnsymmetrisch als er twee helften zijn die bij dubbelvouwen precies op elkaar passen. De vouwlijn is de symmetrieas.

blz 142 Hiernaast is  $\triangle ABC$  gespiegeld in lijn  $s$ . Gebruik bij het tekenen van het spiegelbeeld de loodlijn van je geodriehoek.

Bij de spiegeling van punt  $A$  in lijn  $s$

- liggen origineel  $A$  en beeld  $A'$  even ver van de spiegelas
- staat het lijnstuk  $AA'$  loodrecht op de spiegelas.



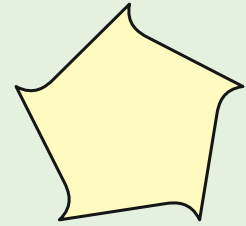
## 9.2 Draaisymmetrie

blz 145 Een figuur heet draaisymmetrisch als hij bij draaiing om een punt met zichzelf samenvalt.

De kleinste draaihoek ligt tussen  $0^\circ$  en  $360^\circ$ .

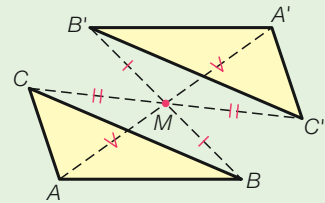
In de figuur hiernaast ben je in vijf stappen rond.

De kleinste draaihoek is  $360^\circ : 5 = 72^\circ$ .



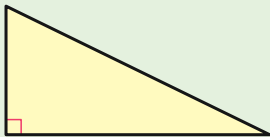
blz 147 Puntsymmetrie is hetzelfde als draaisymmetrie met een draaihoek van  $180^\circ$ .

blz 148 Hiernaast is  $\triangle ABC$  gespiegeld in punt  $M$ . Het beeld is  $\triangle A'B'C'$ .



## 9.3 Bijzondere driehoeken

blz 152 **Rechthoekige driehoek**



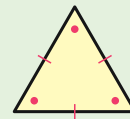
- één rechte hoek

**Gelijkbenige driehoek**



- twee gelijke benen
- twee gelijke basishoeken

**Gelijkzijdige driehoek**



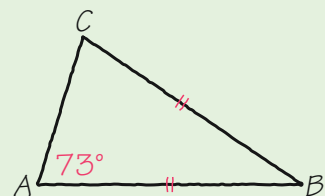
- drie gelijke zijden
- drie gelijke hoeken

blz 155 Om van de gelijkbenige driehoek  $ABC$  met  $AB = BC$  en  $\angle A = 73^\circ$  de overige hoeken te berekenen, maak je eerst een schets zoals hiernaast. In de schets kun je zien dat  $\angle A$  en  $\angle C$  de basishoeken zijn en  $\angle B$  de tophoek is.

Dit geeft:

$$\angle C = \angle A = 73^\circ \text{ (basishoeken)}$$

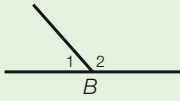
$$\angle B = 180^\circ - 2 \cdot 73^\circ = 34^\circ \text{ (hoekensom driehoek)}$$



Voor het berekenen van hoeken ken je de volgende regels.

Zet bij het berekenen van hoeken de gebruikte regel er tussen haakjes achter.

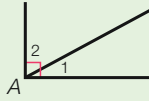
Een gestrekte hoek is  $180^\circ$ .



$$\angle B_1 + \angle B_2 = 180^\circ$$

(gestrekte hoek)

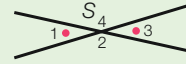
Een rechte hoek is  $90^\circ$ .



$$\angle A_1 + \angle A_2 = 90^\circ$$

(rechte hoek)

Overstaande hoeken  
zijn gelijk.



$$\angle S_1 = \angle S_3$$

(overstaande hoeken)

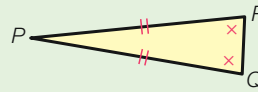
De drie hoeken van een driehoek  
zijn samen  $180^\circ$ .



$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

(hoekensom driehoek)

In een gelijkbenige driehoek zijn  
de basishoeken gelijk.



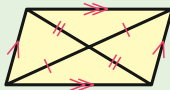
$$\angle Q = \angle R$$

(basishoeken)

## 9.4 Bijzondere vierhoeken

### Parallelogram

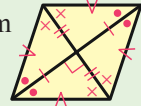
Een parallellogram is een  
vierhoek met twee paar  
evenwijdige zijden.



- De overstaande zijden zijn even lang.
- De overstaande hoeken zijn even groot.
- De diagonalen delen elkaar middendoor.
- Een parallellogram is puntsymmetrisch.

### Ruit

Een ruit is een parallellogram  
waarvan alle zijden even  
lang zijn.



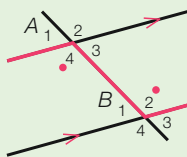
- De diagonalen zijn symmetrieassen.
- De diagonalen staan loodrecht op elkaar.
- De diagonalen delen de hoeken middendoor.

## 9.5 Z-hoeken en F-hoeken

Bij evenwijdige lijnen kunnen Z-hoeken en F-hoeken voorkomen.

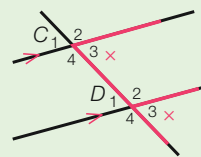
Z-hoeken zijn gelijk.

$$\angle A_4 = \angle B_2 \text{ (Z-hoeken)}$$



F-hoeken zijn gelijk.

$$\angle C_3 = \angle D_3 \text{ (F-hoeken)}$$



De hoeken  $\angle D_1$ ,  $\angle F_1$  en  $\angle S_3$  in de figuur hiernaast  
bereken je als volgt.

$$\angle D_1 = \angle B = 50^\circ \text{ (F-hoeken)}$$

In  $\triangle ABC$  is

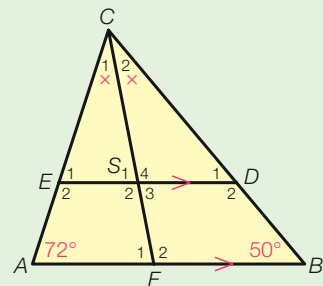
$$\angle C_{12} = 180^\circ - 72^\circ - 50^\circ = 58^\circ \text{ (hoekensom driehoek).}$$

$$\angle C_1 = 58^\circ : 2 = 29^\circ$$

In  $\triangle AFC$  is

$$\angle F_1 = 180^\circ - 72^\circ - 29^\circ = 79^\circ \text{ (hoekensom driehoek).}$$

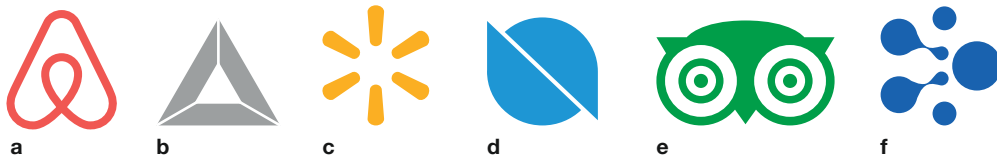
$$\angle S_3 = \angle F_1 = 79^\circ \text{ (Z-hoeken)}$$



# Diagnostische toets

## 9.1 Lijnsymmetrie

- 1** Zie de logo's hieronder.
- 1 **a** Welke logo's zijn lijnsymmetrisch?  
**b** Teken alle symmetrieassen.



figuur 9.82

- 2** **a** Teken de punten  $A(-1, 2)$ ,  $B(0, 5)$  en  $C(4, 2)$ , en teken  $\triangle ABC$ .  
**b** Teken de lijn  $s$  door de punten  $O$  en  $C$ .  
**c** Spiegel  $\triangle ABC$  in  $s$ . Noem het spiegelbeeld  $A'B'C'$ .  
**d** Schrijf de coördinaten van  $A'$  en  $B'$  op.

## 9.2 Draaisymmetrie

- 3** In de auto-industrie worden vaak schroeven gebruikt die diefstal tegengaan. Hieronder zie je zes typen veiligheidsschroeven.
- a** Welke schroeven zijn draaisymmetrisch? Bereken de kleinste draaihoek.  
**b** Welke schroeven zijn puntsymmetrisch?

VEILIGHEIDSSCHROEVEN



figuur 9.83

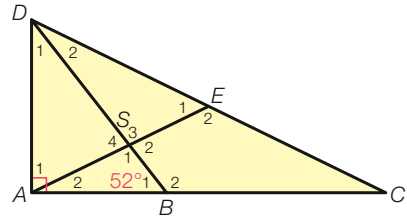
- 4** **a** Teken de punten  $A(2, 2)$ ,  $B(2, 5)$  en  $C(-2, 1)$ , en teken vierhoek  $OABC$ .  
**b** Spiegel vierhoek  $OABC$  in punt  $M(1, 0)$ . Noem het beeld  $O'A'B'C'$ .  
**c** Schrijf de coördinaten op van  $O'$ ,  $A'$ ,  $B'$  en  $C'$ .

## 9.3 Bijzondere driehoeken

- 5** **a** Teken  $\triangle PQR$  met  $PQ = QR = 5$  cm en  $\angle P = 70^\circ$ .  
**b** Wat voor bijzondere driehoek is  $\triangle PQR$ ?  
**c** Welke hoek is de tophoek?

- 6** Van  $\triangle ABC$  is  $AB = BC$  en is een van de hoeken  $100^\circ$ .  
 6 Bereken  $\angle A$ ,  $\angle B$  en  $\angle C$ .

- 7**  $\triangle ACD$  hiernaast is rechthoekig. Verder is  
 7,8  $BC = BD$  en  $\angle B_1 = 52^\circ$ .  
 a Bereken  $\angle B_2$  en  $\angle D_2$ .  
 b Op zijde  $CD$  ligt punt  $E$ , waarbij  $AE = CE$ .  
 Bereken  $\angle S_2$ .



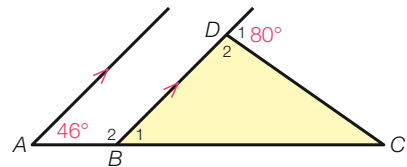
figuur 9.84  $BC = BD$  en  $AE = CE$ .

### 9.4 Bijzondere vierhoeken

- 8** a Teken de punten  $P(1, 2)$ ,  $R(7, 7)$  en  $S(3, 6)$ ,  
 9 en teken parallellogram  $PQRS$ . Schrijf de coördinaten op van punt  $Q$ .  
 b Teken parallellogram  $PRSA$ . Schrijf de coördinaten op van punt  $A$ .
- 9** a Teken ruit  $ABCD$  met  $AB = 4$  cm en  $\angle A = 64^\circ$ .  
 10 b Het snijpunt van de diagonalen is  $S$ .  
 Teken punt  $S$ .  
 c Bereken de hoeken van  $\triangle ABS$ .

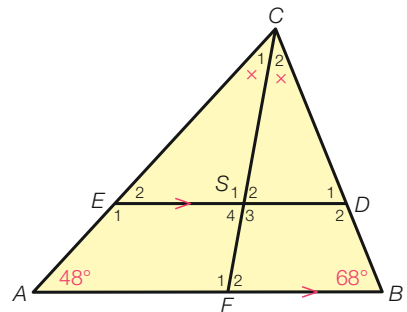
### 9.5 Z-hoeken en F-hoeken

- 10** Zie de figuur hiernaast met  $\angle A = 46^\circ$  en  
 11  $\angle D_1 = 80^\circ$ . Verder is de halve lijn vanuit  $A$  evenwijdig met de halve lijn vanuit  $B$  door  $D$ .  
 Bereken  $\angle C$ .



figuur 9.85

- 11** Van  $\triangle ABC$  hiernaast is  $\angle A = 48^\circ$  en  $\angle B = 68^\circ$ .  
 12 Verder is  $\angle C_1 = \angle C_2$  en is  $DE \parallel AB$ .  
 Bereken  $\angle E_1$ ,  $\angle F_2$  en  $\angle S_4$ .



figuur 9.86

# Herhaling

## 9.1 Lijnsymmetrie

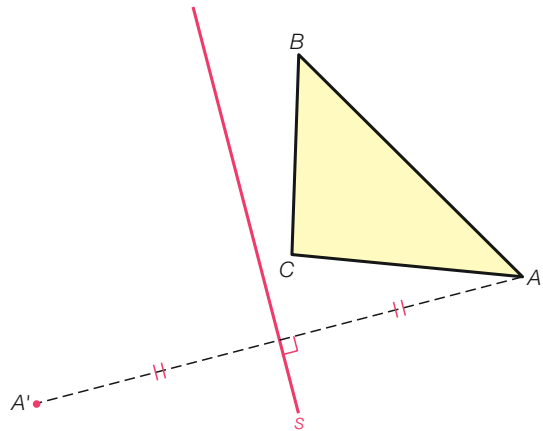
- 1** Hieronder zie je enkele automerklogo's. Bij logo a zijn de drie symmetrieassen getekend.
- Welke andere logo's hieronder zijn lijnsymmetrisch?
  - Teken alle symmetrieassen.



figuur 9.87

- 2** Hiernaast is een begin gemaakt met het spiegelen van  $\triangle ABC$  in lijn  $s$ . Om hoekpunt  $A$  te spiegelen, teken je het lijnstuk  $AA'$  loodrecht op lijn  $s$  waarbij de afstand van  $A'$  tot  $s$  gelijk is aan de afstand van  $A$  tot  $s$ .

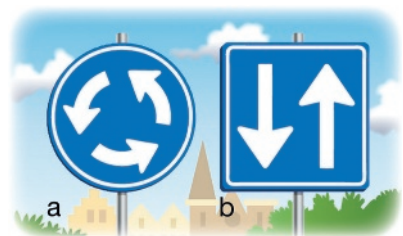
- Teken op dezelfde manier de punten  $B'$  en  $C'$ . Geef met tekenjes aan welke lijnstukken even lang zijn. Denk ook aan de rechtehoektekens.
- Maak het spiegelbeeld af.



figuur 9.88

## 9.2 Draaisymmetrie

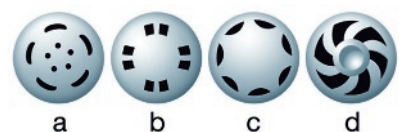
- 3** Hiernaast is het linker verkeersbord draaisymmetrisch. In drie keer ben je rond. De kleinste draaihoek is  $360^\circ : 3 = 120^\circ$ . Het rechter verkeersbord heeft een draaihoek van  $180^\circ$ . Zo'n figuur is puntsymmetrisch.



figuur 9.89

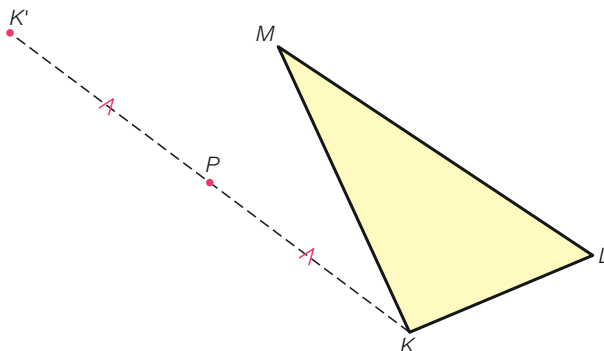
Zie de wioldoppen hiernaast.

- Welke wioldoppen zijn draaisymmetrisch? Bereken de kleinste draaihoek.
- Welke wioldoppen zijn puntsymmetrisch?



figuur 9.90

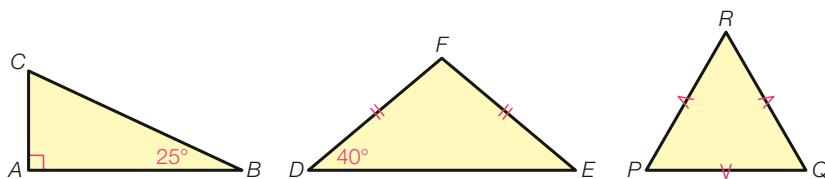
- 4** Hieronder is een begin gemaakt met het spiegelen van  $\triangle KLM$  in het punt  $P$ .  
Om punt  $K$  te spiegelen, ga je als volgt te werk:
- Leg je geodriehoek met de 0 op punt  $P$ .
  - Meet de afstand van  $K$  tot  $P$ .
  - Teken lijnstuk  $KK'$  waarvan  $P$  het midden is.
  - Geef met tekenjjes aan dat  $KP$  en  $K'P$  even lang zijn.
- a** Spiegel op dezelfde manier de punten  $L$  en  $M$  in punt  $P$ .  
**b** Maak het spiegelbeeld af.



figuur 9.91

### 9.3 Bijzondere driehoeken

- 5** Zie de drie driehoeken hieronder.



figuur 9.92

- a** Welke driehoek is gelijkzijdig? Wat weet je van de hoeken van die driehoek?  
**b** Welke driehoek is gelijkbenig, maar niet gelijkzijdig? Hoeveel graden zijn de basishoeken?  
**c** Welke driehoek is rechthoekig?
- 6** Van  $\triangle DEF$  is  $DE = DF$  en is één van de hoeken  $110^\circ$ .
- a** Maak een schets van  $\triangle DEF$ .  
**b** Waarom is  $\angle D = 110^\circ$ ?  
**c** Bereken  $\angle E$  en  $\angle F$ .

**7** Voor het berekenen van hoeken ken je de volgende regels.

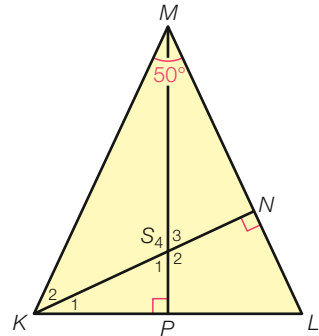
- rechte hoek
- gestrekte hoek
- overstaande hoeken
- hoekensom driehoek
- basishoeken

Zie de figuur hiernaast met  $\angle M = 50^\circ$ ,  $KN \perp LM$ ,  $MP \perp KL$  en  $KM = LM$ .

- a Van welke gelijkbenige driehoek is hoek  $M$  de tophoek?
- b Welke hoeken zijn de basishoeken van deze gelijkbenige driehoek?

Vul in.

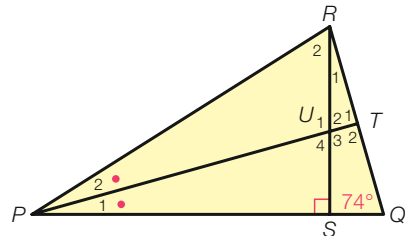
- c In  $\triangle KLM$  is  
 $\angle K + \angle L = 180^\circ - \dots\dots\dots^\circ = \dots\dots\dots^\circ$  (hoekensom driehoek),  
dus  $\angle L = \dots\dots\dots^\circ : 2 = \dots\dots\dots^\circ$  (basishoeken).
- d In  $\triangle KLN$  is  
 $\angle K_1 = 180^\circ - \dots\dots\dots^\circ - \dots\dots\dots^\circ = \dots\dots\dots^\circ$  (hoekensom driehoek).
- e In  $\triangle KPS$  is  
 $\angle S_1 = 180^\circ - \dots\dots\dots^\circ - \dots\dots\dots^\circ = \dots\dots\dots^\circ$  (hoekensom driehoek).
- f  $\angle S_4 = 180^\circ - \dots\dots\dots^\circ = \dots\dots\dots^\circ$  (gestrekte hoek)



figuur 9.93  $KM = LM$

**8** Van de gelijkbenige driehoek  $PQR$  hiernaast is  $PQ = PR$  en  $\angle Q = 74^\circ$ . Verder is  $\angle P_1 = \angle P_2$  en  $RS \perp PQ$ .

- a Wat zijn de basishoeken en wat is de tophoek van  $\triangle PQR$ ? Bereken  $\angle P_{12}$ .
- b Bereken  $\angle P_1$  en  $\angle T_1$ .
- c Bereken  $\angle R_2$  en  $\angle U_3$ .



figuur 9.94  $\triangle PQR$  is gelijkbenig met  $PQ = PR$ .

### 9.4 Bijzondere vierhoeken

**9** Zie de punten  $A$ ,  $B$  en  $D$  in de figuur hiernaast.  $A$ ,  $B$  en  $D$  zijn hoekpunten van parallellogram  $ABCD$ .

- a Teken op [WERKBLAD 9.3] de zijden  $AB$  en  $AD$ .

Voor het tekenen van de zijden  $BC$  en  $CD$  gebruik je dat voor een parallellogram geldt:

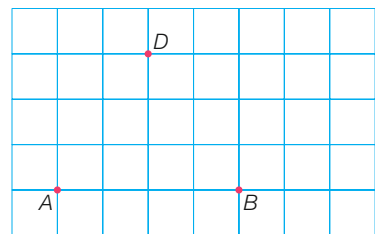
- De overstaande zijden zijn evenwijdig.
- De overstaande zijden zijn even lang.

b Vul in.

Zijde  $BC$  is evenwijdig met en even lang als zijde .....

Zijde  $CD$  is evenwijdig met en even lang als zijde .....

- c Maak op [WERKBLAD 9.3] parallellogram  $ABCD$  af.



figuur 9.95

$A$ ,  $B$  en  $D$  zijn ook hoekpunten van parallellogram  $ABDE$ .

**d** Teken op [WERKBLAD 9.4] de zijden  $AB$  en  $BD$ .

**e** Vul in.

Zijde  $AB$  is evenwijdig met en even lang als zijde .....

Zijde  $BD$  is evenwijdig met en even lang als zijde .....

**f** Maak parallellogram  $ABDE$  af.

$A$ ,  $B$  en  $D$  zijn ook hoekpunten van parallellogram  $AFBD$ .

**g** Van parallellogram  $AFBD$  heb je zijde  $BD$  op [WERKBLAD 9.4] al getekend.

Teken zijde  $AD$  en maak parallellogram  $AFBD$  af.

**10** Een ruit is een bijzonder parallellogram met de volgende eigenschappen.

- De vier zijden zijn even lang.
- De diagonalen staan loodrecht op elkaar.
- De diagonalen delen de hoeken middendoor.

Van ruit  $ABCD$  is  $AB = 5$  cm en  $\angle A = 66^\circ$ .

**a** Welke zijden van  $ABCD$  zijn even lang?

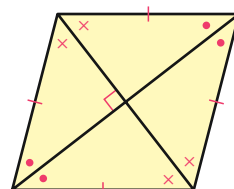
**b** Welke zijden van  $ABCD$  zijn evenwijdig?

**c** Teken ruit  $ABCD$ .

**d** Teken het snijpunt  $S$  van de diagonalen. Bereken de hoeken van  $\triangle ABS$ .

De punten  $P(-2, 2)$ ,  $Q(1, 0)$  en  $R(4, 2)$  zijn hoekpunten van ruit  $PQRS$ .

**e** Teken ruit  $PQRS$ .



figuur 9.96

### 9.5 Z-hoeken en F-hoeken

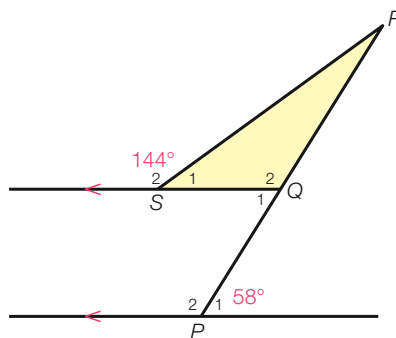
**11** In opgave 7 op de vorige bladzijde staan enkele regels om hoeken te berekenen. Verder kun je F-hoeken en Z-hoeken gebruiken.

In de figuur hiernaast is  $\angle P_1 = 58^\circ$  en  $\angle S_2 = 144^\circ$ .

**a** Vul in.

$\angle P_1$  en  $\angle$  ..... zijn Z-hoeken.

**b** Bereken  $\angle Q_2$ ,  $\angle S_1$  en  $\angle R$ .



figuur 9.97

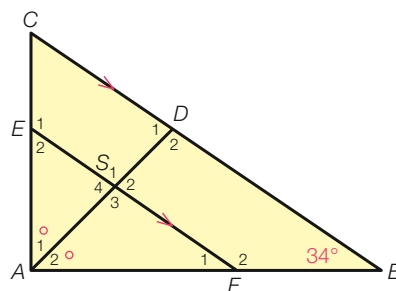
**12** In de rechthoekige driehoek  $ABC$  hiernaast is  $\angle A = 90^\circ$  en  $\angle B = 34^\circ$ . Verder is  $\angle A_1 = \angle A_2$  en  $EF \parallel BC$ .

**a** Vul in.

$\angle B$  en  $\angle$  ..... zijn F-hoeken.

**b** Bereken  $\angle F_2$ .

**c** Bereken  $\angle D_1$  en  $\angle S_4$ .



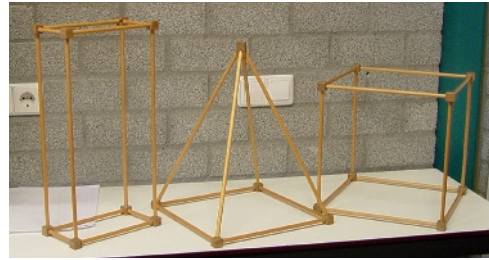
figuur 9.98

# Onderzoek Spiegelen in de ruimte

Net zoals je in het platte vlak kunt spiegelen in een lijn, kun je in de ruimte spiegelen in een vlak.

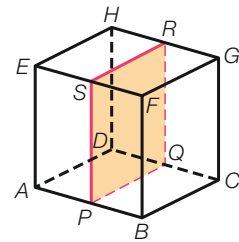
Net zoals een vlakke figuur een of meer symmetrieassen kan hebben, kan een ruimtefiguur een of meer **symmetrievlakken** hebben.

In de volgende opgaven doe je bij een aantal ruimtefiguren onderzoek naar symmetrievlakken. Hierbij kunnen **draadmodellen** goed van pas komen.



Draadmodellen van enkele ruimtefiguren.

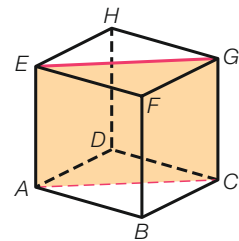
De kubus  $ABCD EFGH$  hiernaast is symmetrisch. Het vlak  $PQRS$  is een symmetrievlak. Het spiegelbeeld van punt  $A$  is punt  $B$  en omgekeerd is  $A$  het spiegelbeeld van  $B$ . En de ribben  $AD$  en  $BC$  zijn elkaars spiegelbeeld.



figuur 9.99

**1** Hiernaast is het vlak  $ACGE$  een symmetrievlak van de kubus. Vul in. Het spiegelbeeld van

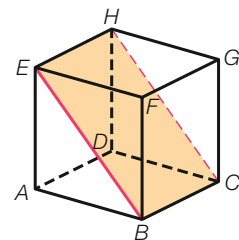
- |                              |                                  |
|------------------------------|----------------------------------|
| <b>a</b> punt $B$ is .....   | <b>d</b> ribbe $CD$ is .....     |
| <b>b</b> punt $G$ is .....   | <b>e</b> lijnstuk $BE$ is .....  |
| <b>c</b> ribbe $DH$ is ..... | <b>f</b> zijvlak $BCGF$ is ..... |



figuur 9.100

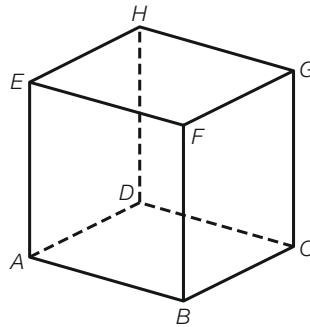
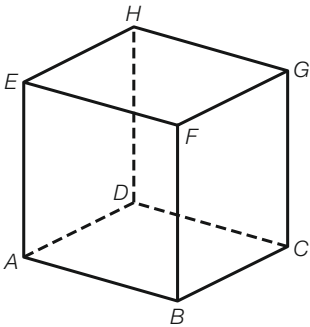
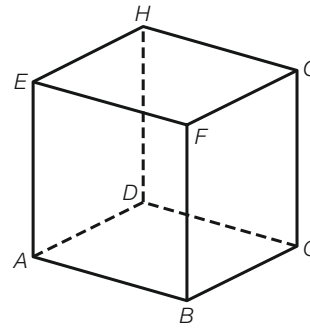
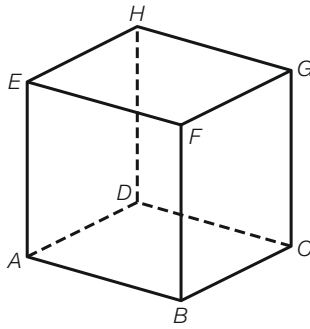
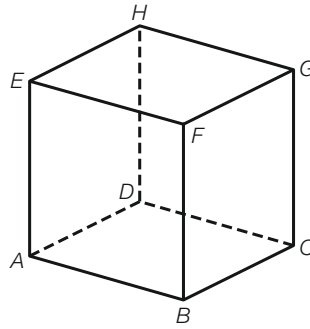
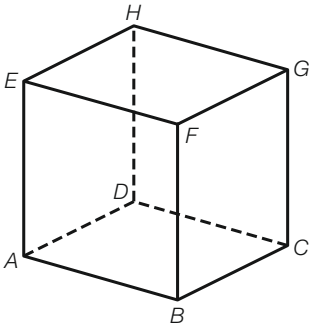
**2** Hiernaast is het vlak  $BCHE$  een symmetrievlak van de kubus. Vul in. Het spiegelbeeld van

- |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| <b>a</b> punt $A$ is .....      | <b>f</b> lijnstuk $AG$ is ..... |
| <b>b</b> punt $G$ is .....      | <b>g</b> lijnstuk $AF$ is ..... |
| <b>c</b> ribbe $AD$ is .....    | <b>h</b> lijnstuk $CE$ is ..... |
| <b>d</b> ribbe $EF$ is .....    | <b>i</b> vlak $ABCD$ is .....   |
| <b>e</b> lijnstuk $AC$ is ..... | <b>j</b> vlak $AFGD$ is .....   |

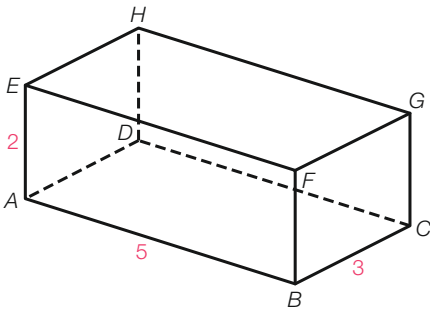
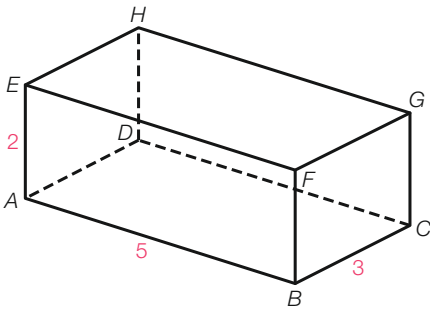
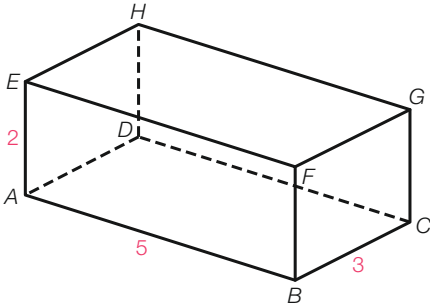


figuur 9.101

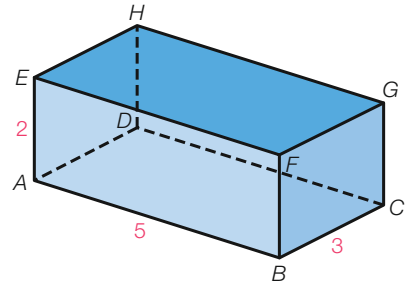
**3** Je hebt nu drie symmetrievlakken van een kubus gezien. Onderzoek welke er nog meer zijn. Teken alle overige mogelijke symmetrievlakken in de kubussen hieronder. Teken in elke kubus één symmetrievlak, net als in de kubussen op de vorige bladzijde.



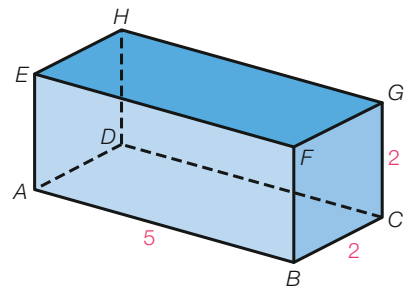
- 4** Zie de balk  $ABCD EFGH$  hiernaast.  
Teken alle mogelijke symmetrievlakken  
in de balk hieronder.



- 5** Hiernaast zie je de balk  $ABCD EFGH$ .  
Onderzoek in de gevallen op de volgende  
bladzijde of er een spiegeling in een  
symmetrievlak is.  
Zo ja, teken dan het symmetrievlak in de  
balk eronder.



**figuur 9.102** De afmetingen zijn in cm.



**figuur 9.103** De afmetingen zijn in cm.



- 7** Hieronder staan gebouwen met verschillende dakvormen. Onderzoek of de gebouwen symmetrisch zijn en geef het aantal symmetrievlakken. Je hoeft geen rekening te houden met deuren en ramen.



mansardedak



zadeldak



schilddak



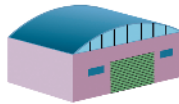
tentdak



wolfsdak



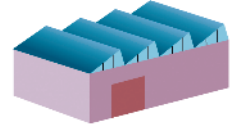
lessenaarsdak



boogdak



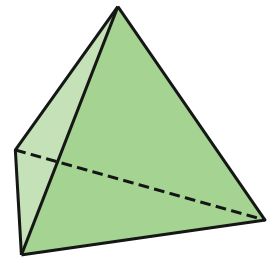
kegeldak



zaagtanddak

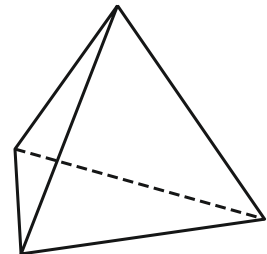
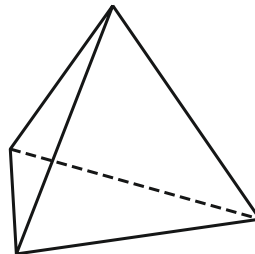
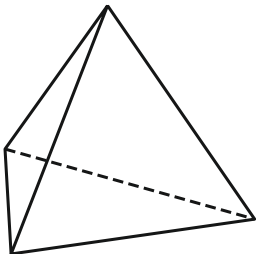
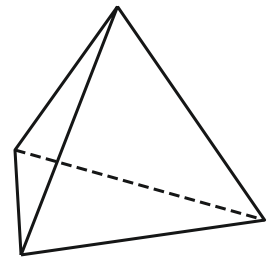
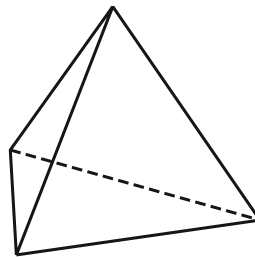
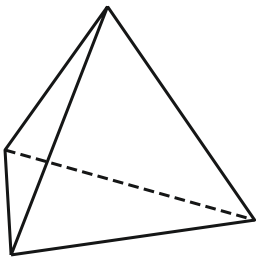
figuur 9.105

- 8** Hiernaast zie je een tetraëder. Een tetraëder is een regelmatig veelvlak. Van een regelmatig veelvlak zijn alle ribben even lang en alle zijvlakken even groot.

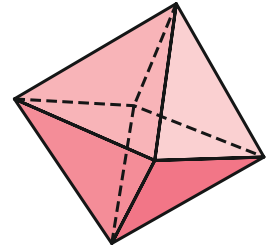


figuur 9.106

Onderzoek welke symmetrievlakken een tetraëder heeft en teken deze symmetrievlakken in de tetraëders hieronder.

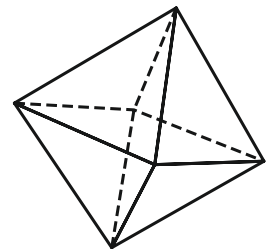
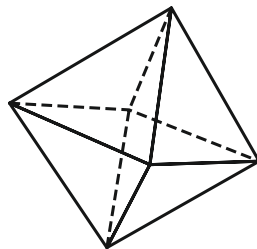
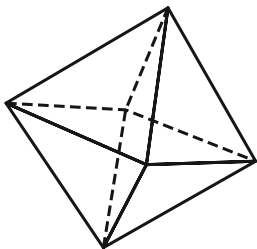
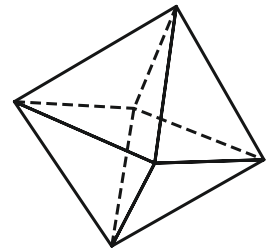
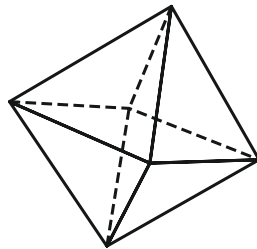
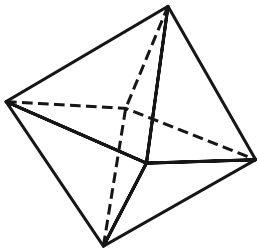
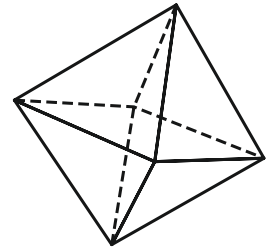
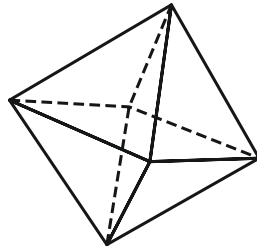
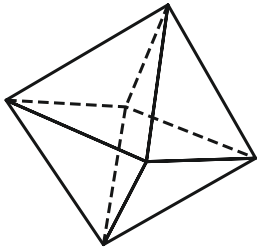


**9** Hiernaast zie je een octaëder. Een octaëder is een regelmatig achthvlak.



**figuur 9.107**

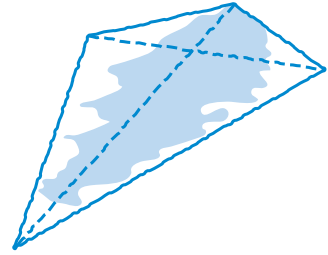
Onderzoek welke symmetrievlakken een octaëder heeft en teken deze symmetrievlakken in de octaëders hieronder.



# Algemene vaardigheden

## Probleemoplossen

- 1** In de schets hiernaast zie je dat een vierhoek twee diagonalen heeft. Hoeveel diagonalen heeft een vijfhoek? En een zeshoek?



- 2** Verdeel een pizza in negen stukken door vier keer te snijden.

## Maak een schets

Het is verstandig bij het oplossen van een probleem de vier stappen van het schema hiernaast te volgen. De moeilijkste stap is misschien wel stap 2: zoek een geschikte aanpak.

Je kent al de aanpak *Probeer en test*. Je leert nu de aanpak *Maak een schets*. Door een schets te maken, begrijp je het probleem vaak beter. Het probleem hieronder los je met deze aanpak als volgt op.

### Werkschema: probleemoplossen

- 1 Begrijp de vraag.
- 2 Zoek een geschikte aanpak.
- 3 Werk de aanpak uit.
- 4 Controleer je antwoord.

## Probleem

Verdeel een pizza in elf stukken door vier keer te snijden.

### Stap 1 Begrijp de vraag

De stukken hoeven niet dezelfde vorm te hebben. Je snijdt volgens rechte lijnen.

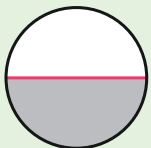
### Stap 2 Zoek een geschikte aanpak

Maak een schets.

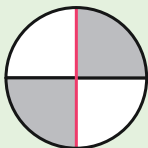
Als je steeds door het midden snijdt, krijg je acht stukken. Dat is te weinig.



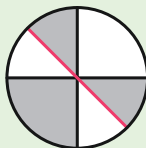
Een schets mag je uit de losse pols tekenen, zonder de geodriehoek te gebruiken.



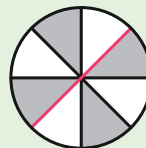
2 stukken



4 stukken



6 stukken



8 stukken

### Stap 3 Werk de aanpak uit

Snijd niet steeds door het midden.

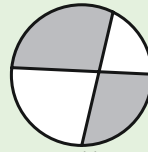
Na twee keer snijden heb je de keuze tussen:

- 1 De derde lijn snijdt één lijn, maar dan kom je bij de vierde lijn niet aan 11.
- 2 De derde lijn snijdt beide lijnen.

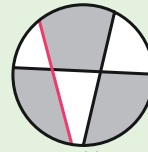
### Stap 4 Controleer je antwoord

Tellen geeft elf stukken.

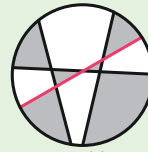
KEUZE 1



4 stukken

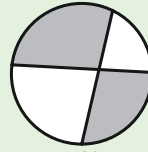


6 stukken

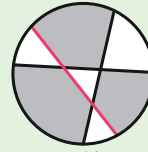


10 stukken

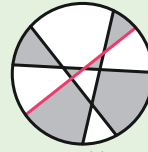
KEUZE 2



4 stukken



7 stukken



11 stukken

Los de volgende problemen op met de aanpak *Maak een schets*.

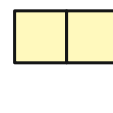
- 3** Iedere morgen fietst Zoë als volgt naar school. Eerst 200 m naar het westen, dan 350 m noordwaarts, dan 50 m oostwaarts, vervolgens 150 m naar het zuiden en dan nog 250 m naar het oosten.  
Haar broertje Damian loopt als volgt naar de basisschool. Eerst 50 m naar het zuiden, dan 175 m naar het oosten, dan 25 m naar het zuiden en ten slotte 75 m westwaarts.  
Hoeveel meter liggen de scholen van elkaar?

- 4** De afmetingen van een rechthoekige taart zijn 20 bij 16 cm. Sjoerd zet kaarsen op 1 cm van de rand van de taart. Hij zet om de 2 cm een kaars en begint in een hoek.  
Hoeveel kaarsen zet Sjoerd op de taart?

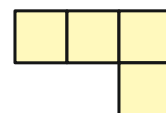
- 5** Noah heeft een vel postzegels. Hij scheurt er drie postzegels af, waarbij de drie postzegels aan elkaar vast blijven zitten.  
Hoeveel vormen kan hij zo krijgen?



- 6** Een tetramino bestaat uit vier vierkanten. Elk vierkant in een tetramino heeft minimaal één zijde gemeen met een ander vierkant. Zie de figuur hiernaast.



geen tetramino



wel tetramino

- a Hoeveel tetramino's bestaan er?
- b Een pentomino bestaat uit vijf vierkanten. Hoeveel pentomino's bestaan er?

## De twee probleemaanpakken door elkaar

Je hebt twee verschillende aanpakken gehad bij probleemoplossen:

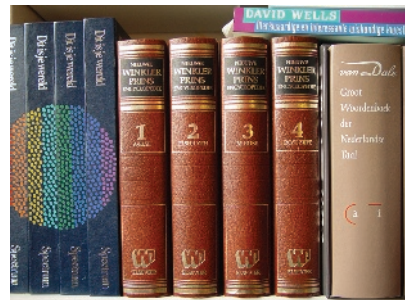
- Probeer en test
- Maak een schets

In de volgende opgaven komen ze door elkaar voor.

**7** Evi is ouder dan Yara, maar jonger dan Lotte. Amber is ouder dan Yara, maar jonger dan Evi. Lotte is jonger dan Fenna. Zet de vijf meisjes in volgorde van jong naar oud.

**8** Een bosarbeider doet er acht minuten over om een boomstam in vijf stukken te zagen.  
Hoe lang is hij bezig om een boomstam in zeven stukken te zagen?

**9** Op een boekenplank staan vier delen van een encyclopedie netjes van links naar rechts gerangschikt van 1 tot en met 4. Elk deel bevat 1000 bladzijden.  
Een boekenworm begint te eten vanaf bladzijde 1 van deel 1 tot en met bladzijde 1000 van deel 4. Hij baant zich een weg met een snelheid van 200 bladzijden per kwartier. Voor een kaft heeft hij drie kwartier nodig.  
Hoelang duurt het voordat hij bij bladzijde 1000 van deel 4 aankomt?



**10** Vijf vrienden zitten op een bank. Finn zit naast Liam. Mo zit naast Tom. Mees zit drie plaatsen van Liam en Finn zit drie plaatsen van Mo. Wie zit er nog meer naast Tom?

**11** Teken door de negen punten van de figuur hiernaast vier lijnen zonder je potlood van het papier te halen.



**12** Hoeveel rechthoeken van 3 bij 5 cm kun je maximaal leggen binnen een rechthoek van 10 bij 20 cm? De kleine rechthoeken mogen niet over elkaar heen vallen.

**13** Sem heeft het volgende raadsel.  
Ik denk aan twee getallen. Als ik ze bij elkaar optel, krijg ik 120.  
Als ik ze van elkaar aftrek, krijg ik 46.  
Welke twee getallen heeft Sem in zijn gedachten?

**14** Mevrouw Aalbert koopt zakken chips en gevulde koeken. Ze rekent €4,90 af. Een zak chips kost 80 cent en een koek 50 cent.  
Hoeveel zakken chips en hoeveel koeken heeft ze gekocht?

**15** Tijdens een oefening moeten tien soldaten een rivier oversteken. Helaas is er geen brug en de rivier is erg diep. Aan de overkant spelen twee jongens met een kleine roeiboet. De boot is zo klein dat alleen de twee jongens er in kunnen varen of één van de zwaar bepakte soldaten. Toch komen alle soldaten zonder nat te worden aan de overkant.  
Hoeveel keer moet de boot de rivier oversteken?



**16** Halverwege tussen de steden A en B ligt stad C. Verder ligt stad D even ver van stad A als van stad C en ligt stad C even ver van stad D als van stad B. Het is 15 km van stad A naar stad D.  
Hoeveel km is het van stad A naar stad B?

**17** Met vier lucifers kun je één vierkant leggen.  
Hoeveel lucifers heb je nodig om drie vierkanten te leggen? En hoeveel om vijf vierkanten te leggen?

**18** Hoe kun je achttien stoelen langs de muren van een rechthoekige kamer zetten, zodat langs elke muur evenveel stoelen staan?

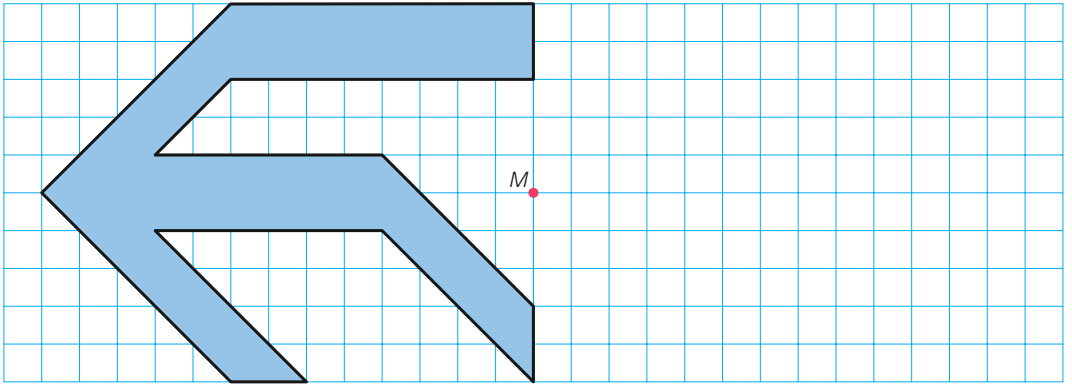
**19** Julian gaat met zijn camper een wereldreis maken. Hij zal 18 000 km afleggen. De banden van de camper gaan slechts 12 000 km mee. Onderweg kan hij geen nieuwe banden kopen.  
Hoeveel reservebanden heeft hij minimaal op deze reis nodig?  
Na hoeveel km moeten er banden vervangen worden?

# Werkbladen

## Werkblad 9.1

3

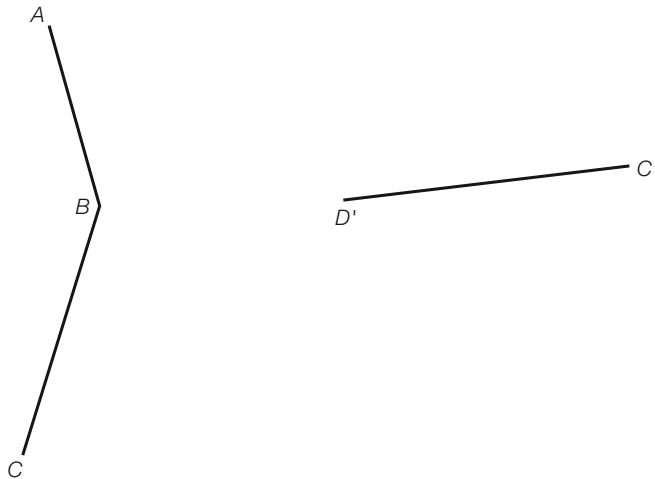
blz 172



## Werkblad 9.2

5

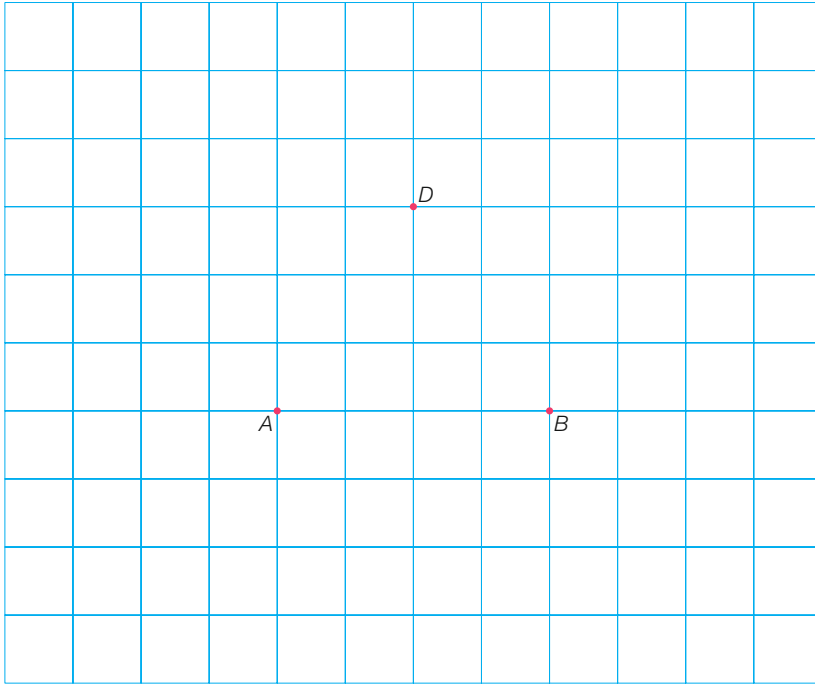
blz 173



### Werkblad 9.3

9

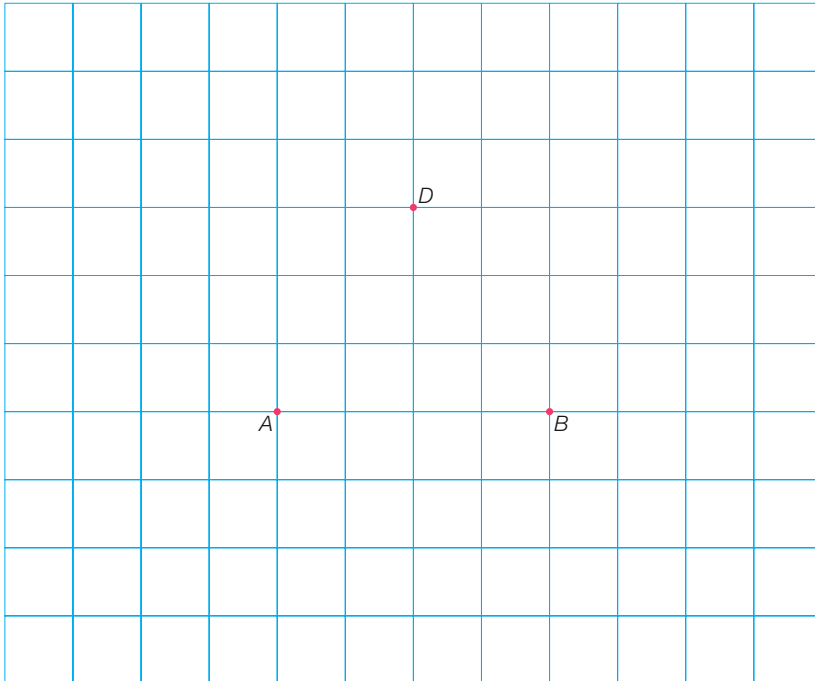
blz 180



### Werkblad 9.4

9

blz 181



# Trefwoordenregister

## A

aanzichten 80  
algebra 32

## B

basis 152  
basishoeken 152  
beeld 142  
benen 152  
binair stelsel 133  
bovenaanzicht 80

## C

cirkel 69

## D

draadmodel 182  
draaipunt 145  
draaisymmetrie 145  
driehoek  
– gelijkbenige 152  
– gelijkzijdige 153  
– rechthoekige 153  
droedel 83

## E

even getallen 48  
exponent 109

## F

F-hoek 167  
formule 20  
kwadratische – 18  
lineaire – 26

## G

Gauss, Carl Friedrich 51  
gelijkbenige driehoek 152  
gelijksoortige termen 30  
gelijkzijdige driehoek 153

grondtal 109  
negatief – 112  
grootheid 55

## H

haakjes wegwerken 104  
herleiden 28

## I

inhoud 75  
– balk 75  
inhoudseenheid 75

## K

kleinste draaihoek 145  
kwadraat 11  
kwadrateren 11  
kwadratische formule 18

## L

lengte-eenheid 55  
lijnsymmetrie 139  
lineaire formule 26

## M

macht 109  
machtsverheffen 111, 113

## N

negatief grondtal 112

## O

omtrek 60  
– cirkel 69  
oneven getallen 48  
oppervlakte 60, 66  
– balk 79  
– cirkel 72  
– rechthoek 63  
oppervlakte-eenheid 60

origineel 142  
overstaande zijden 160

## P

parabool 22  
parallelogram 160  
pi 69  
punt van symmetrie 147  
puntsymmetrie 147

## R

rechthoekige driehoek 153  
regelmatige vijfhoek 146  
ruit 162

## S

schaal 58  
spiegelbeeld 139  
spiegelen 142  
– in een lijn 142  
– in een punt 148  
symmetrieas 139  
symmetrievlak 182

## T

tegengestelde 13  
tophoek 152

## V

vooraanzicht 80

## W

wetenschappelijke  
notatie 116  
wortel 14

## Z

Z-hoek 164  
zijaanzicht 80

# Verantwoording

## Beeld

Illustraties: Richard van de Pol, Tilburg  
Technisch tekenwerk: Integra Software Services, India  
Beeldresearch: B en U International Picture Service, Amsterdam  
Cartografie: Van Oort redactie en kartografie, Almere

Getty Images: p. 8-9, 48, 51, 113  
Merlijn Michon Fotografie, Amsterdam: p. 11  
Shutterstock: p. 39, 42, 43, 45, 57, 58 o, 95, 115, 124, 125, 129, 136-137, 161, 178 (a, f)  
Fotopersburo Martin de Jong, Joure: p. 52-53  
ANP Foto / Hollandse Hoogte / Ton Poortvliet: p. 55  
Miniworld Rotterdam: p. 58 b  
iStockphoto: p. 63, 71, 163 (l, r)  
Roeland Hiele, Utrecht: p. 69  
ANP Foto / Hollandse Hoogte / Roel Visser: p. 85  
Cmglee / Wikimedia Commons (CC BY-SA 3.0): p. 92  
ANP Foto / Photosport Int / Rex Features: p. 96  
ANP Foto / laif / Thomas Linkel: p. 98-99  
Wikipedia Nosferatu: p. 134  
logotypes101.com, met toestemming Polestar: p. 178 b  
Imageselect / Alamy Stock Photo: p. 178 (c, d)  
Imageselect / imageBROKER / Moritz Wolf: p. 178 e  
Gerrit de Jong, Middelburg: p. 182, 190  
ANP Foto / Dolph Cantrijn: p. 189

De volgende opgaven zijn, al dan niet in bewerkte vorm, met toestemming overgenomen uit de Kangoeroe-opgaven ([www.w4kangoeroe.nl](http://www.w4kangoeroe.nl)): opgave 19 uit hoofdstuk 6, opgave 17, 18, 24, 29, 38, 70 en 75 uit hoofdstuk 7, en opgave 4 en 5 uit hoofdstuk 9.

## Colofon

Omslagontwerp: Shootmedia, Groningen  
Ontwerp binnenwerk: Ebel Kuipers grafisch ontwerp, Sappemeer  
Lay-out: Integra Software Services

### Klimaatneutraal

Noordhoff vindt jouw toekomst belangrijk en daarom hebben wij dit boek klimaatneutraal geproduceerd.



2 / 23

© 2022 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Utrecht, The Netherlands

Deze uitgave is beschermd op grond van het auteursrecht. Wanneer u (her)gebruik wilt maken van de informatie in deze uitgave, dient u vooraf schriftelijke toestemming te verkrijgen van Noordhoff Uitgevers bv.

*This publication is protected by copyright. Prior written permission of Noordhoff Uitgevers bv is required to (re)use the information in this publication.*

ISBN 978-90-01-30475-1